

AFRÂNIO AUSTREGÉSILO THIEL

**ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA & A
PRODUÇÃO APÍCOLA: Integração e Desafios**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção
de título de Mestre.

Curso de Engenharia de Produção e Sistemas

Universidade Federal de Santa Catarina

Orientadora: Vânia Ribas Ulbricht, Dra

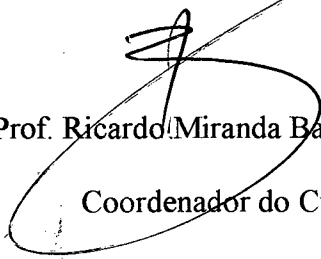
Florianópolis – SC
2000

Afrânio Austregésilo Thiel

ENSINO-APRENDIZAGEM DE MATEMÁTICA & A PRODUÇÃO APÍCOLA: Integração e Desafios

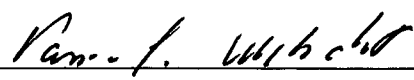
Esta dissertação foi julgada e aprovada para obtenção do título de **Mestre em Engenharia de Produção** no Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina.


Florianópolis, 22 de dezembro de 2000.

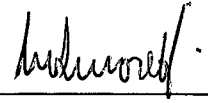

Prof. Ricardo Miranda Barcia, Ph.D.

Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA


Prof. Vânia Ribas Ulbricht, Dra.
Orientadora


Prof. Gilson Braviano, Dr


Prof. Mércles Thadeu Moretti, Dr.

A minha esposa Angela, pelo apoio constante.

Agradecimentos

Ao concluir mais um trabalho acadêmico, na trajetória natural da profissão que abracei, elevo meu pensamento de gratidão a DEUS, a quem muitas vezes recorri durante a realização deste trabalho, invocando e recebendo os dons da coragem e persistência necessários à perseguição do ideal estabelecido.

Aos meus pais Ildefonso e Néli pela formação recebida. Aos familiares e amigos, pelo incentivo recebido.

À minha esposa Angela Maria e minha filha Sara, pelo apoio, estímulo e compreensão despendidos durante a realização deste trabalho e que, sem dúvida, se constituíram em esteio de sustentação na empreitada realizada.

À profa. Vânia Ribas Ulbricht, orientadora e amiga, por permitir encontrar meu próprio caminho, pela revisão cuidadosa, colocando sugestões que contribuíram para o crescimento deste trabalho.

Aos alunos que acreditaram na proposta de ensino vivo, mais dinâmico e mais significativo para a Matemática, pela coragem e força para vencer as resistências e possibilitar a construção desse trabalho.

Aos professores do Curso de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da UFSC, pela valiosa contribuição de informações possibilitando reflexões, dando luz a novos conhecimentos.

Aos colegas Paulo Gustavo Zommer, Otto Alfonso Thiel, Mariangela de Aguiar Vartuli e Marouva Faquetti pela disponibilidade na emissão de pareceres em relação ao trabalho.

A todos que, de forma direta ou indireta, contribuíram para a realização do trabalho.

“A arte mais importante do mestre é
provocar a alegria da ação criadora e do
conhecimento”.

Albert Einstein

SUMÁRIO

<i>Lista de Figuras</i>	ix
<i>Lista de Quadros</i>	xi
<i>Lista de Tabelas</i>	xii
<i>Lista de Reduções</i>	xiii
RESUMO	xiv
ABSTRACT	xv
CAPÍTULO I	1
INTRODUÇÃO	1
1.1 Apresentação do Tema e Justificativa	1
1.2 Abordagem do Problema	4
1.3 Questões Específicas	5
1.4 Pressupostos	5
1.5 Fatores qualitativos de Análise	6
1.6 Objetivos da Pesquisa	7
1.7 Metodologia	8
1.7.1 Tipo de Pesquisa	8
1.7.2 Área de abrangência	10
1.7.3 População e amostra	10
1.7.4 Passos da pesquisa	11
1.7.5 Instrumentos de coleta de dados	11
1.7.6 Tratamento dos dados	12
1.7.7 Pesquisa teórica	12
1.8 Limitações do Trabalho	13
1.9 Descrição e Organização dos Capítulos	13
CAPÍTULO II	16
A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO INTEGRADO: Uma estratégia educacional	16
2.1 Educação e o Desafio da Pesquisa	16
2.2 A Aprendizagem Cachoeira e a Aprendizagem Natural	23
2.3 As Arquiteturas de Ensino na Aprendizagem Cachoeira	26
2.4 Tecnologias de Informação e Comunicação	30
2.5 Considerações Finais	34

CAPÍTULO III	37
O COLÉGIO AGRÍCOLA DE CAMBORIÚ ENQUANTO CENTRO DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL	37
3.1 Histórico	37
3.2 Localização e Estrutura Física	38
3.3 Missão e Compromisso	39
3.4 Regime das Atividades Escolares	40
3.5 Cursos Oferecidos	41
3.5.1 Ensino profissional de nível técnico - cursos/habilitações profissionais	41
3.5.2 Ensino profissional de nível básico	42
3.6 O Ensino Profissional no Brasil, suas Competências e Habilidades	43
3.6.1 A realidade escolar e o mundo do trabalho	43
3.6.2 Marco Referencial	45
3.6.2.1 O CAC e os princípios e fins da LDB	46
3.6.3 Marco Doutrinal	48
3.6.4 Marco Operacional	49
3.6.5 Plano Global	50
3.7 Considerações Finais	52
CAPÍTULO IV	54
A APICULTURA E SUA CADEIA PRODUTIVA	54
4.1 Histórico	54
4.2 A Produção	56
4.2.1 Os produtos	57
4.2.2 O Veneno de abelhas - apitoxina	62
4.2.3 A Polinização dos vegetais	63
4.3 Os Grupos de Interesse e o Coordenador da Cadeia	66
4.3.1 Estádio de agregação de valor aos produtos - atores, suas funções e procedimentos pós-colheita	67
4.3.2 Safras de mel	68
4.3.3 Perdas ocorridas na produção, entre a colheita e a comercialização	71
4.4 A Influência do Meio Ambiente	72
4.4.1 A abelha em Santa Catarina	73
4.5 Projeções	74
4.6 Tecnologia e Qualidade	74
4.7 Competitividade	75
4.8 Os Papéis na Colméia	76
4.8.1 A Soberania da rainha	78
4.8.2 A Dança das abelhas	79
4.9 A Morfologia da Abelha	82
4.10 Considerações Finais	84
CAPÍTULO V	86

O ENSINO DE MATEMÁTICA:	86
INTERDISCIPLINARIDADE - MODELAGEM E MODELAÇÃO MATEMÁTICA	86
5.1 O Ato Pedagógico de Ensinar	86
5.2 A Matemática como Disciplina de Serviço	89
5.3 Utilidade, Valor e Aplicabilidade da Interdisciplinaridade	92
5.4 A Essência da Modelagem e Modelação Matemática como Método de Ensino	97
5.4.1 Modelagem matemática e a significação na aprendizagem da matemática	105
5.4.2 Modelação Matemática	107
5.4.3 Pontos relevantes para compreensão da Modelagem/ Modelação	110
5.4.4 Avaliação na Modelação Matemática	112
5.4.5 Considerações Finais	113
CAPÍTULO VI	117
APLICAÇÃO DA MODELAÇÃO MATEMÁTICA NA APICULTURA	117
6.1 Apresentação da Modelação e Problematização na Apicultura	117
6.2 Visualização da Produção Apícola, Valorizando a Informática	120
6.3 Custo de Produção	126
6.3.1 Quadro de agregação de valor	126
6.3.1.1 Relação preço de custo X preço de mercado (produtor e consumidor)	126
6.3.2 Custos variáveis (ano 2000)	129
6.3.2.1 Mão-de-obra	129
6.3.2.2 Encargos sociais e custo mensal do empregado sobre 2,5 salários mínimo.	129
6.3.2.3 Outros custos variáveis mensais	130
6.3.2.4 Custo total de produção	130
6.3.3 Consideração Final	131
6.4 Dinâmica Populacional de uma Colméia	132
6.4.1 Quem é quem na colméia	132
6.4.2 Situação problema 01	134
6.5 Geometria dos Alvéolos	151
6.5.1 Visualização de mosaicos regulares e seus ângulos internos.	154
6.5.2 Como provar matematicamente a construção dos alvéolos, realizada pelas abelhas operárias?	156
6.5.3 Modelo matemático contendo o valor da aresta e volume de cada sólido.	168
6.5.4 Ângulo ideal de um alvéolo	173
6.5.5 Considerações finais	186
CAPÍTULO VII	187
CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	187
7.1 Conclusões	187
7.2 Sugestões para futuros trabalhos	196
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	197
OUTRAS BIBLIOGRAFIAS	201

Lista de Figuras

Figura 1: A aprendizagem natural.	p.024
Figura 2: Arquiteturas de ensino e o processo natural de aprendizagem	p.026
Figura 3: Fluxograma relativo à produção apícola	p.065
Figura 4: Gráfico ilustrativo do crescimento e controle de uma população apícola	p.073
Figura 5: Comunicação e dança das abelhas em relação à distância entre alimento e colméia	p.081
Figura 6: Indivíduos da família apícola	p.082
Figura 7: O corpo da abelha	p.083
Figura 8: Hierarquização de níveis de comportamento realidade – reflexão – ação - realidade	p.100
Figura 9: Esquema do processo da Modelagem Matemática	p.101
Figura 10: Sequência de etapas do processo de Modelação Matemática	p.103
Figura 11: Dinâmica da Modelagem Matemática	p.104
Figura 12: Aprendizagem no contexto da sala de aula, e sua teoria, segundo Ausubel	p.106
Figura 13: Processo de Modelação Matemática no ensino	p.109
Figura 14: Desenvolvimento do conteúdo programático	p.109
Figura 15: Gráfico da produção de mel (em toneladas) nas regiões de SC, segundo Censo IBGE 1995 – 1996	p.122
Figura 16: Gráfico da produção de mel (em mil toneladas nos estados do RS, SC e PR)	p.123
Figura 17: Gráfico percentual da produção de mel no Brasil em 1985	p.124
Figura 18: Gráfico percentual da produção de mel no Brasil em 1995	p.124
Figura 19: Gráfico percentual da produção de mel no Brasil em 1999	p.124
Figura 20: Gráfico do consumo de mel por habitante (em Kg/ano) em alguns países no ano de 1986	p.125
Figura 21: Gráfico da população de uma colméia no período entre 0 a 20 dias	p.134
Figura 22: Gráfico do tempo de vida média de uma abelha	p.136
Figura 23: Gráfico representando a população de uma colméia em t dias	p.142

Figura 24: Gráfico da população de uma colméia até 40 dias	p.143
Figura 25: Gráfico detalhado da população de uma colméia até 40 dias	p.146
Figura 26: Gráfico representando a idéia de limite	p.149
Figura 27: Representação dos alvéolos de uma colméia	p.153
Figura 28: Visualização de mosaicos regulares e seus ângulos internos	p.154
Figura 29: Sólidos na forma cilíndrica	p.155
Figura 30: Sólido na forma de prisma hexagonal	p.156
Figura 31: Visualização dos sólidos geométricos a serem analisados	p.157
Figura 32: Representação do prisma de base triangular (forma sólida e planificada)	p.157
Figura 33: Representação do prisma de base quadrangular (forma sólida e planificada)	p.159
Figura 34: Representação do prisma de base hexagonal (forma sólida e planificada)	p.160
Figura 35: Representação de um cilindro (forma sólida e planificada)	p.162
Figura 36: Representação de um círculo e de uma circunferência	p.162
Figura 37: Ilustração da superfície e área do círculo	p.163
Figura 38: Figuras geométricas planas e seus ângulos internos	p.168
Figura 39: Visualização da aresta da base de um prisma triangular	p.169
Figura 40: Visualização da aresta da base de um prisma quadrangular	p.170
Figura 41: Visualização da aresta da base de um prisma hexagonal	p.171
Figura 42: Visualização do formato de um alvéolo	p.174
Figura 43: Ilustração simples e ilustração detalhada de um favo	p.175
Figura 44: Ilustração do losango e suas diagonais	p.176
Figura 45: Visualização do ângulo α (alfa)	p.176
Figura 46: Visualização do triângulo NCL	p.177
Figura 47: Visualização do triângulo NVL	p.177
Figura 48: Visualização do losango AXCV e do triângulo VLC	p.178
Figura 49: Visualização dos triângulos semelhantes NVL e BLX	p.179
Figura 50: Visualização do trapézio abXA	p.180
Figura 51: Visualização do triângulo retângulo VNL	p.180
Figura 52: Gráfico da função trigonométrica $f(\alpha)$	p.184

Lista de Quadros

Quadro 1: Trajetos coincidentes entre educação e pesquisa _____	p.022
Quadro 2: Cursos e qualificação e requalificação profissional de nível básico _____	p.042
Quadro 3: As equivalências do valor nutricional do mel _____	p.059
Quadro 4: Ciclo evolutivo das três castas _____	p.077
Quadro 5: Momentos do processo envolvendo a Modelação Matemática _____	p.119
Quadro 6: Regiões de Santa Catarina e alguns municípios produtores de mel _____	p.121
Quadro 7: Custo da produção de mel – implantação de 50 caixas _____	p.128
Quadro 8: Custo da mão-de-obra _____	p.129
Quadro 9: Encargos sociais e custo mensal do empregado sobre 2,5 salários mínimo ____	p.129
Quadro 10: Outros custos variáveis _____	p.130

Lista de Tabelas

Tabela 1: Produção apícola (em Kg) nas micro-regiões de Santa Catarina _____	p.069
Tabela 2: Produção de mel (em mil toneladas) na região Centro Sul do Brasil _____	p.070
Tabela 3: Consumo de mel em determinados países _____	p.070
Tabela 4: Produção de mel nas regiões de SC, censo 1995 – 1996 _____	p.121
Tabela 5: Produção de mel (em mil toneladas) nos estados de RS, SC e PR _____	p.122
Tabela 6: Produção percentual de mel nas regiões Centro Sul, Amazônia e Nordeste__	p.123
Tabela 7: Consumo de mel (Kg/ano) por habitante em alguns países no ano de 1986__	p.125
Tabela 8: Valores angulares de α aplicados na função trigonométrica $f(\alpha)$ _____	p.184

Lista de Reduções

Siglas

CAC – Colégio Agrícola de Camboriú
CBA – Confederação Brasileira de Apicultura
CEB – Coordenadoria de Educação Básica
CEPEA – Centro de Referência em Pesquisa e Extensão Apícola
CNPq – Conselho Nacional de Pesquisa
EMBRAPA- Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária
EPAGRI – Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina. SA.
FAASC – Federação das Associações de Apicultores de Santa Catarina
FINEP – Financiadora de Estudos e Projetos
FURB – Fundação Educacional Regional de Blumenau
IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
LDB – Lei de Diretrizes e Bases
OMS – Organização Mundial da Saúde
PREG – Pró-Reitoria de Ensino de Graduação
SIE – Serviço de Inspeção Estadual
SIF – Serviço de Inspeção Federal
SIM – Serviço de Inspeção Municipal
UNESP – Universidade Estadual Paulista
UNICAMP – Universidade Estadual de Campinas

Símbolos

© - Copyright
∈ - Pertence
 \mathbb{R} - Conjunto dos números reais
 \mathbb{R}_+^* - Conjunto dos números reais positivos sem o zero
 α - Alfa
 \mathbb{N} - Conjunto dos números naturais
 f - Função
 \geq - Maior ou igual a
 \neq - Diferente de
 $>$ - Maior
 $<$ - Menor
 ∞ - Infinito
 \cong - Aproximadamente ou igual a
 \leq - Menor ou igual a
 \nexists - Não Existe

RESUMO

O presente trabalho faz uma análise de alguns aspectos do ensino, em especial de Matemática, procurando entender a Educação dentro de um contexto econômico, social e político, enfatizando a construção do conhecimento integrado como uma estratégia educacional. Discorre sobre a educação profissional no Colégio Agrícola de Camboriú, em especial sobre a Apicultura e sua cadeia produtiva, sendo envolvida pela proposta de ensino-aprendizagem, denominada de Modelação Matemática.

Também tem por objetivo apresentar uma nova metodologia de trabalhar a Matemática no Ensino Médio, apontando os aspectos positivos e negativos detectados em cada etapa do processo.

Por outro lado, constata-se que a Modelagem Matemática mostra ser um processo utilizado há séculos, em toda ciência, e em particular na área de Agropecuária.

Essa constatação determina que a prática educativa utilizando a Modelação como estratégia para o ensino de Matemática, tem condições de aproximar os estudos teóricos com a realidade vivenciada pelos alunos no Colégio Agrícola de Camboriú.

Palavras-chave: Ensino-aprendizagem, Conhecimento integrado, Tecnologias de comunicação, Formação profissional, Modelagem Matemática na produção apícola.

ABSTRACT

The present work makes an analysis of some aspects of the teaching, especially of Mathematics, trying to understand the Education inside of an economic, social and political context, emphasizing the construction of the knowledge integrated as an educational strategy. It lectures about the professional education in the Agricultural School of Camboriú, especially on beekeeping and its productive chain, being involved by the proposal of teaching-aprendizagem, denominated of Mathematic Modelation.

It also has for objective to present a nine methodology of working the mathematics in the Medium Teaching, aiming the positive and negative aspects detected in each stage of the process.

On the other hand, it is verified that Mathematical Modeling shows to be an used process there are centuries, in all science, and in particular in the area of agricultural.

That verification determines that the educational practice using Modelation as strategy for the teaching of Mathematics, it has conditions of approaching the theoretical studies with the reality lived by the students in the Agricultural School of Camboriú.

Key-words: Learn-teaching, Integrated Knowledge, Communication of technology, Professional Formation, Modeling Mathematics in Production beekeeping.

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

1.1 Apresentação do Tema e Justificativa

Ao longo da caminhada empreendida com alunos e colegas professores, foram constatadas deficiências quanto ao processo de ensino da Matemática e, em consequência, verifica-se o comprometimento da própria aprendizagem, por não incorporar o conhecimento integrado às vivências de cada grupo de alunos, por estar alheia à realidade em que os mesmos estão inseridos.

Essas situações do cotidiano de toda a atividade humana fornecem provas da importância da Matemática. Por que o aluno consegue resolver, em suas atividades específicas, situações-problema por vezes mais complexas do que as propostas em sala de aula nos livros didáticos ?

Contudo, será este problema somente da Matemática? Como ficam outras disciplinas como Português, História, Geografia, Educação Artística e Ciências (Física, Química e Biologia)? Conversando com professores de todas as áreas, ouvem-se reclamações contra os alunos, que não “estudam”, não se “interessam”. Os alunos, por sua vez, reclamam que os professores não “ensinam”, que na maioria das vezes é só “estudar o ponto, responder o questionário, logo a seguir, e pronto”.

Pode-se dizer que há certo consenso em que os conhecimentos adquiridos ou explicações feitas são insuficientes, levando a reflexões sobre a eficiência dos métodos e das estratégias

utilizadas para uma melhor compreensão dos conteúdos abordados enquanto formadores de homens inseridos num contexto econômico, social e político.

A disciplina de Matemática, por exemplo, é uma das que enfrenta maior dificuldade de formar um conhecimento, contribuindo, sob certa ótica, para a desmotivação não só daqueles que ensinam como daqueles que aprendem.

A atuação no magistério por vários anos, tanto em instituições públicas como privadas, e diante da inquietude atrelada à necessidade de incorporar caminhos que permitissem uma maior satisfação enquanto educador, deflagrou um processo de auto análise e reflexões sobre o ensino na área.

A tomada de consciência deixa entrever que, ao furtar-se da escolha, o professor acabará delegando essa escolha à vida ou ao acaso, afastando-se cada vez mais da possibilidade do “vir-a-ser eu”, de construir-se, de perguntar efetivamente, de encontrar respostas reais, não apenas teóricas.

É importante lembrar que a experiência da negatividade é um momento do processo dialético que leva o homem a filosofar.

A partir de 1994, através dos cursos de aperfeiçoamento e especialização na área da educação, nas instituições UFSC e FURB, que oportunizaram novos horizontes de literaturas, procurava-se quebrar uma postura dogmática com conjunto de valores e normas preestabelecido. Havia, na verdade, séria dissonância entre o discurso proferido e a ação.

A educação supõe sempre uma mudança na medida em que, sendo-com-os-outros, o homem é aberto ao mundo, recebendo as influências que este mundo, em qualquer de seus aspectos, oferece. Este movimento da educação implica que a relação com os elementos que aí estão: coisas, pessoas, idéias, teorias,... eduquem, independentemente de uma escolha.

Entretanto, quando alguém decide educar outra pessoa, delibera quais assuntos serão estudados, interferindo assim na vida do outro.

Escolher implica sempre uma dimensão social-política, pois, na medida em que uma pessoa decide sobre o que fazer chegar até outra em particular, está interferindo na sua vida enquanto alguém concretamente situado no mundo. Neste caso, essa influência exercida atinge o cidadão: pessoa situada em uma comunidade de pessoas, social e politicamente organizadas.

Com esse “insight” que passou a iluminar a compreensão sobre educação, alimentando expectativas e necessidades de ação, como professor de Matemática que pudesse escolher os caminhos do seu fazer, aparece a Modelagem e Modelação Matemática como uma forma de ensinar Matemática ligada, de fato, à vida. Associou-se a educação formal e o ensino profissional, envolvidos pela necessidade da interdisciplinaridade, não só como forma de compreender e modificar o mundo, como também por uma exigência interna das ciências, que buscam o restabelecimento da unidade perdida do saber.

Assim, trabalhar o tema “Ensino-aprendizagem da Matemática & A produção Apícola: Integração e Desafios”, é uma oportunidade para apresentar a Matemática não como uma ciência de difícil compreensão, fria, acabada e com pouca utilidade prática, sem espaço para a criatividade e as descobertas, mas como um recurso com o qual o estudante possa passar a pensar matematicamente por si mesmo, para observar fatos - da mesma forma que um historiador - para tomar parte no processo de conquista do conhecimento, visto que a Matemática possui raízes profundas nos sistemas culturais, e como tal apresenta valores.

Ocorre, assim, mais facilmente, o desenvolvimento de atitudes críticas e o hábito de pesquisa, porque o estudante passa a extrair do seu meio as situações que irão ser modeladas, aprimorando atitudes essenciais ao cidadão inserido em uma sociedade moderna, consumista e com tendência de massificação.

1.2 Abordagem do Problema

Pode-se notar que, na maioria das vezes, os problemas relativos à formação do indivíduo estão ligados diretamente aos programas de ensino e à metodologia utilizada. Em particular, o ensino de Matemática no ensino médio concomitante ao de curso técnico em agropecuária, enquadra-se neste contexto, pois seus programas, normalmente, necessitam de uma maior integração.

Por que ensinar? Ensinar para que se construa um homem integral, no desenvolvimento de suas potencialidades, consciente da necessidade do exercício da cidadania. O professor deve conhecer não só “eu e as circunstâncias” internas e pessoais, como também as externas e sócio-culturais.

É comum ouvir-se dizer que não importa tanto conhecer a filosofia, o que importa é saber filosofar. Portanto, o futuro profissional deve ser encaminhado não a aprender apenas as conquistas obtidas pelas ciências, os ensinamentos advindos pelo avanço tecnológico, mas avançar preponderantemente pela via da descoberta na busca de novos conhecimentos e, através de seus estudos permanentes, investir nos caminhos infindáveis da pesquisa.

Outro aspecto que se pode ressaltar é em relação ao profissional de Matemática, quanto à tendência que ele tem de rejeitar as inovações. Essa rejeição ocorre porque, para que haja inovações, é necessário alguma dedicação e, normalmente, o homem traz dentro de si a “lei do mínimo esforço”.

Pode-se ainda considerar, como entrave da inovação, a falta de embasamento que alguns educadores matemáticos possuem. Por outro lado, deve-se refletir: a quem cabe dar esse embasamento teórico e criativo a esses educadores? Com certeza, afirmar-se-á que deveria ser a Universidade, uma vez que ela diz ser agente ideal para a formação global do homem.

A Modelagem e Modelação Matemática se apropriam de situações reais, extraindo a Matemática, promovendo, nos alunos e no professor, uma maior motivação frente ao alicerce matemático em que a situação está inserida. Descarta-se, assim, a desmotivação daqueles que ensinam, passando a atingir plenamente ou em grande parte os objetivos propostos para o curso e a série.

1.3 Questões Específicas

Este trabalho tem como questionamento geral: Como se aplica a Modelação Matemática para ensino-aprendizagem no Colégio Agrícola de Camboriú na área de Apicultura? O estudo da questão é uma iniciativa pedagógica, teórico-prática, que permitirá concluir em tese a eficiência desta metodologia de ensino no que diz respeito à superação das dificuldades enfrentadas pelos alunos. Para tanto, se fazem necessários os seguintes questionamentos:

- (a) Que contribuições relevantes a Modelação Matemática pode oferecer aos módulos do curso profissionalizante na área de Agropecuária do Colégio Agrícola de Camboriú (CAC) ?
- (b) O processo da Modelação Matemática na “Apicultura”, permitirá um indicativo no gerenciamento da Apicultura e sua cadeia produtiva ?

1.4 Pressupostos

O estudo proposto fundamenta-se, a princípio, nos pressupostos abaixo relacionados:

- ✓ A Modelação Matemática é uma metodologia atual que utiliza a essência da Modelagem, despertando a curiosidade dos alunos e o prazer pela pesquisa.
- ✓ A Modelação Matemática, por sua dinâmica interdisciplinar, é um processo de engajamento educativo e participativo.
- ✓ Essa metodologia permite a utilização de instrumentos atuais que fazem parte da vida do educando.
- ✓ O uso da Modelagem em Matemática, na Apicultura, permite uma orientação no gerenciamento para eficiência na área de gestão apícola.
- ✓ Uma proposta que priorize a organização da prática pedagógica para o ensino de Matemática no Ensino Médio, favorece a formação do futuro profissional da área de Agropecuária.
- ✓ A sociedade “CAC” sente-se responsável em construir um futuro melhor para os cidadãos que por lá passem, futuro cada vez mais impregnado de ciência e tecnologia – que poderá estar voltada para o bem ou para o mal.

1.5 Fatores qualitativos de Análise

O conjunto de informações obtidas, a partir de uma prática vivenciada, será analisada com base nos fatores qualitativos.

Para realização da análise, levaram-se em conta os seguintes fatores qualitativos de análise:

- ✓ O estímulo pela descoberta e criatividade dos alunos;
- ✓ A Interdisciplinaridade;

- ✓ A formação integral e voltada para o dia-a-dia do educando;
- ✓ A informação / instrumentos atuais;
- ✓ O processo dinâmico e educativo-participativo;
- ✓ A relação entre teoria e prática no ensino de Matemática;
- ✓ A relação entre realidade pedagógica e realidade profissional;
- ✓ O Gerenciamento da Cadeia Apícola.

1.6 Objetivos da Pesquisa

Desenvolver através da Modelação Matemática aplicada na Apicultura, elementos que contribuam com eficácia para o conhecimento da produção apícola, visando, através do mesmo, um processo de ensino e aprendizagem de Matemática com maior espírito reflexivo, crítico, progressivo e globalizado.

Os objetivos englobam, ainda:

- ✓ Detectar situações que possam melhorar a produção apícola;
- ✓ Estimular novas idéias e técnicas experimentais na área apícola;
- ✓ Adquirir habilidades de compreensão de princípios, construção de conceitos e expressões, operacionalizando-as com o auxílio da Matemática;
- ✓ Demonstrar desempenho satisfatório nas operações lógico matemáticas estudadas;
- ✓ Relacionar as operações matemáticas com fatos do dia-a-dia, vinculadas com a Apicultura e sua cadeia produtiva.

1.7 Metodologia

1.7.1 Tipo de Pesquisa

1.7.1.1 Quanto ao procedimento do pesquisador

O método de procedimento a ser adotado é o funcionalista (LAKATOS e MARCONI, 1994), pelo estudo ser de aplicação teórico-prática da Modelagem envolvendo a Modelação Matemática na Apicultura.

Sua natureza, mais interpretativa, em situação de ensino-aprendizagem, do que de investigação, tendo o pleito de saber o que é Modelagem / Modelação Matemática, o que ela faz, se ela pode ser um recurso a ser estudado para levar o aluno a perceber-se fazendo matemática, cujo conteúdo fluísse no seu viver cotidiano.

Para percorrer um caminho de pensar rigoroso, sistemático, procurou-se seguir procedimentos como pesquisa qualitativa do fenômeno estudado, afirmando-se que é possível estudar qualitativamente um fenômeno metódico, sistemático e crítico.

A pesquisa qualitativa é uma análise de fenômenos e não de fatos, entendendo fenômeno como aquilo que se mostra, situando-se; enquanto se concebe fato como aquilo que se controla depois de definido. Implica, portanto, em uma postura fenomenológica, que significa essencialmente procurar desvelar o fenômeno onde ele se encontra, contextualizado em sua relação com os outros fenômenos.

Na pesquisa qualitativa não se propõe uma segmentação do fenômeno em partes para uma análise, já que a parcialização do mesmo pode levar, e geralmente leva, a uma perda do todo, sacrificando a compreensão.

Segundo GALLAGHER (1984), os métodos qualitativos podem ser empregados para se adquirir uma melhor compreensão sobre os motivos, valores, crenças, atitudes e compromissos que existem por trás dos eventos observados. Para o autor, os métodos usados pelos etnógrafos incluem as observações que podem se apresentar de duas formas: observações passivas e observações participativas. As observações passivas incluem a visão e a audição, isto é, o pesquisador vê e ouve. Nas observações participativas, o autor inclui as entrevistas, as conversas informais e a revisão de documentos.

1.7.1.2 Quanto ao método

O método de abordagem a ser utilizado no estudo é dedutivo, por interpretar a aplicação da teoria da Modelagem e Modelação Matemática na disciplina de Apicultura (LAKATOS e MARCONI, 1994).

Também adquire características de uma pesquisa-ação, porque faz adoção do conhecimento por meio do processo de Modelagem que em nível de comportamento individual permite ao aluno a criação de seus próprios modelos, evoluindo ao nível social, a uma partilha de experiências mútuas.

Em nível cultural, essa evolução continua e as experiências e modelos previamente desenvolvidos pelo aluno fornecem um complexo corpo de informações.

Esse corpo de informações e seu modo de construção darão ao aluno a sua própria percepção da realidade na área em que atuar.

Aplicar-se-á o projeto em classe, sendo que os alunos juntamente com o professor analisarão os resultados obtidos.

1.7.2 Área de abrangência

O curso Técnico em Agropecuária prepara o profissional para participar ativamente no mercado de trabalho, capacitando-o para atuar em todas as fases do complexo rural, incluindo produção, beneficiamento e comercialização agropecuária, bem como a gerir propriedades rurais.

O Colégio Agrícola de Camboriú (CAC) adota o modelo educacional do aprender a fazer fazendo. Para se estabelecer uma correlação entre teoria e prática, o aluno adquire experiência nas Unidades Didáticas e de Produção Agropecuária distribuídas pelas áreas de Agricultura, Zootecnia e Apoio Administrativo.

As Unidades Didáticas, além de servirem para desenvolvimento das aulas, produzem alimentos para consumo do aluno.

A produção excedente é comercializada pela Cooperativa Escola dos Alunos do CAC e os recursos obtidos se reverterem para a melhoria da qualidade de vida do educando e qualidade de ensino que o CAC oferece.

1.7.3 População e amostra

A pesquisa foi desenvolvida com o universo dos trinta e três alunos da 1ª. Série B (1999) e com os trinta e dois alunos da 2ª. Série B (2000) do Curso Técnico em Agropecuária do CAC.

1.7.4 Passos da pesquisa

- (a) Aprofundamento teórico em livros didáticos, dissertações e teses para dar consistência ao projeto de Modelação Matemática;
- (b) Desenvolvimento do conteúdo proposto para as Séries, procurando dar suporte a itens que poderão auxiliar a Modelagem na Apicultura;
- (c) Diagnóstico das dificuldades encontradas no cotidiano em sala de aula na Educação Matemática associada à Apicultura;
- (d) Acompanhamento das aulas de Apicultura com os alunos e visita à Unidade Didática de Apicultura;
- (e) Indicação de fitas de vídeo com documentários e orientações práticas na produção apícola;
- (f) Leitura de manuais, revistas e livros para um melhor aprofundamento da atividade apícola, tema em pauta;
- (g) Troca de idéias com o grupo para a escolha do tema a ser explorado na Apicultura;
- (h) Obter as informações e os dados no ambiente onde se localiza o interesse do grupo;
- (i) Reencontro com cada grupo para uma revisão do tema proposto, solicitando, se necessário, retorno à unidade didática de Apicultura;
- (j) Apresentação dos dados de cada grupo para apreciação dos demais, quanto à qualidade da questão proposta e/ou necessidade de complemento;
- (k) Corroboração ou refutação dos pressupostos com encaminhamento de propostas do autor.

1.7.5 Instrumentos de coleta de dados

A pesquisa contou com o acompanhamento e observação dos grupos, avaliando-se a desenvoltura do aluno na formulação das situações-problema, adequação correta dos dados,

validação do problema, explicações interdisciplinares e comentários do mesmo com base no tema gerador, além de avaliar o reflexo do aprendizado do ensino de Matemática no desenvolvimento.

1.7.6 Tratamento dos dados

Os dados coletados e agrupados em tabelas e gráficos, analisam o custo de produção, a dinâmica populacional de uma colmeia e a geometria dos alvéolos enfocando o caráter qualitativo, quantitativo e educativo na área de Apicultura, com anotação dos depoimentos dos alunos em relação à nova metodologia.

1.7.7 Pesquisa teórica

O registro dos dados está dividido em fechamentos por assunto e a organização do corpo teórico da pesquisa apresenta-se em partes, a saber:

- ✓ A Construção do Conhecimento Integrado: uma Estratégia Educacional;
- ✓ O Colégio Agrícola de Camboriú enquanto Centro de Formação Profissional;
- ✓ A Apicultura e sua Cadeia Produtiva;
- ✓ O Ensino de Matemática: Interdisciplinaridade – Modelagem e Modelação Matemática;
- ✓ Trabalhando a Modelação Matemática na Apicultura;
- ✓ Sugestões e Conclusões.

1.8 Limitações do Trabalho

A utilização da Modelagem e Modelação Matemática, apesar de ser um método de ensino-aprendizagem já utilizado na antiguidade, ganha novos contornos na modernidade e uma nova adequação às necessidades pedagógicas atuais.

Essa retomada de estratégias que formam o educando através da interdisciplinaridade e da redescoberta da unidade das ciências do saber, ainda esbarra em algumas limitações normais, como todo trabalho que pretende romper barreiras já estabelecidas e cimentadas com o passar do tempo.

O horário de aula, às vezes restrito para a execução do trabalho, alguns percalços naturais encontrados pelos educandos – indivíduos em formação e portanto portadores de algumas deficiências de informação – e o próprio obstáculo encontrado pelo autor ao reformular toda uma história pedagógica referente à sua própria formação (tradicional e voltada para a fragmentação das ciências), em alguns momentos entrou o processo natural de ensino-aprendizagem.

Apesar disso, e utilizando-se da versatilidade e dinamismo próprios do ser humano que busca seu auto-aperfeiçoamento, o grupo conseguiu alcançar com sucesso seus objetivos, demonstrando que, às vezes, limitações e obstáculos tornam-se oportunidades únicas de aprendizado e crescimento.

1.9 Descrição e Organização dos Capítulos

A presente dissertação está dividida em sete capítulos:

No capítulo I, a **Introdução**.

No capítulo II, **A Construção do Conhecimento Integrado: Uma Estratégia Educacional** está dividida em cinco seções: Educação e o Desafio da Pesquisa; A Aprendizagem Cachoeira e a Aprendizagem Natural; As Arquiteturas de Ensino na Aprendizagem Natural; Tecnologias de Informação e Comunicação; e as Considerações Finais do capítulo.

Neste capítulo, apresentam-se definições da educação integrada ao desafio da pesquisa, enfocando os estágios das duas formas básicas de aprender; o despertar do aluno para os meios de aquisição de conhecimento e os instrumentos facilitadores do processo ensino-aprendizagem.

No Capítulo III, **O Colégio Agrícola de Camboriú enquanto Centro de Formação Profissional** está dividido em seis seções: Histórico; Localização e Estrutura Física; Missão e Compromisso; Regime das Atividades Escolares; Cursos Oferecidos; O Ensino Profissional no Brasil, suas Competências e Habilidades.

Neste Capítulo apresenta-se o Colégio Agrícola de Camboriú, frente à formação do homem e sua formação profissional - o mundo do trabalho e os princípios e fins da Lei de Diretrizes e Bases da Educação no Brasil.

No Capítulo IV, **A Apicultura e sua Cadeia Produtiva** está dividida em onze seções: Histórico; A Produção; Cadeia Produtiva da Apicultura; Os Grupos de Interesse e o Coordenador da Cadeia; A Influência do Meio Ambiente; Projeções; Tecnologia e Qualidade; Competitividade; Os Papéis na Colmeia; A Morfologia da Abelha; Considerações Finais.

Este capítulo apresenta o histórico da apicultura no Brasil; os produtos oferecidos em Santa Catarina; o veneno (apitoxina); a polinização; o fluxograma da produção apícola, ganhos e perdas entre colheita e comercialização. Enfoca-se também o potencial biótico e o crescimento real de uma população (enxame); dados estatísticos sobre o crescimento da

produção do mel; os processos de inspeção; a comparação entre a produção de mel no Brasil e em outros países do Mercosul; os papéis diferenciados das abelhas na colméia e a sua fisiologia.

No capítulo V, **O Ensino de Matemática: Interdisciplinaridade - Modelagem e Modelação Matemática**, está dividido em quatro seções: O Ato Pedagógico de Ensinar, A Matemática como Disciplina de Serviço; Utilidade, Valor e Aplicabilidade da Interdisciplinaridade; A Essência da Modelagem e Modelação Matemática como Método de Ensino.

Neste capítulo enfoca-se a relação entre educação-pesquisa-metodologia do ensino e o professor; a importância da Matemática; a Interdisciplinaridade; o processo que define estratégias de ação envolvendo professor e aluno.

No capítulo VI, a **Aplicação da Modelação Matemática no Ensino** está dividido em quatro seções: Visualização Gráfica da Produção Apícola; Custo de Produção; Dinâmica Populacional de uma Colméia; Geometria dos alvéolos.

Este capítulo apresenta tabelas e gráficos elaborados pelos alunos; a análise entre Preço de Custo versus Preço de Mercado; resolução de situações problema (razão, funções e progressões); Geometria Plana, Espacial e Trigonometria.

No capítulo VII, **Conclusões e Sugestões para Pesquisas Futuras**.

CAPÍTULO II

A CONSTRUÇÃO DO CONHECIMENTO INTEGRADO:

Uma estratégia educacional

2.1 Educação e o Desafio da Pesquisa

Desde que as palavras passaram a ter significado em nossas mentes, educação é um termo que tem desafiado muito nossa sociedade.

Ninguém escapa da educação, pois as pessoas aprendem todos os dias e nos mais diversos lugares, tais como: em casa, na rua, na escola, no trabalho, ... Afinal, o que é Educação ?

1. Para obter a resposta, decidiu-se por verificar, em diferentes dicionários, o significado do termo Educação. Encontra-se ilustrada como *“Ação e efeito de educar, de desenvolver as faculdades físicas intelectuais e morais da criança e em geral do ser humano, disciplinadamente, instrução, ensino”* (AULETE, 1958: 1608); Bem como, enquanto uma *“Ação exercida pelas gerações adultas sobre as gerações jovens para adaptá-las à vida social; Trabalho sistematizado, seletivo e orientador, pelo qual nos ajustamos à vida, de acordo com as necessidades, ideais e propósitos dominantes; Ato ou efeito de educar: aperfeiçoamento integral de todas as faculdades humanas, polidez; cortesia”* (FERREIRA, 1971: 240).

Observa-se que a primeira definição enfatiza que o ato de educar é uma atitude exercida pelos pais ou entes da comunidade, no intuito de dar à criança instrumentos para a sua sobrevivência ou bem-estar. Neste sentido a educação faz parte de qualquer meio social

independentemente de sua cultura, crenças ou ideais, logo “não há uma forma única nem um único modelo de educação”.

Pela segunda definição entende-se como dever do Estado priorizar a Educação X Professor, para que o educador exerça sua missão de transformar a “criança” em cidadão. Na prática, a mesma educação que ensina pode deseducar, correndo o risco de gerar o oposto dos objetivos almejados, pois a educação freqüentemente acaba refletindo, e muitas vezes reforçando, os valores da sociedade da qual emana e para a qual é dirigida.

Assim, define-se educação como um agrupamento de estratégias desenvolvidas pela sociedade para possibilitar a cada indivíduo atingir seu potencial, estimular e facilitar a ação comum, tendo como alvo viver em sociedade e exercer a cidadania.

Descreve-se a educação como crescimento, chamando a atenção para a continuidade do processo, da importância de se despertar o interesse da criança, motivar, ... O crescimento é um processo espontâneo assim como nas plantas. O papel fundamental do professor é estimular o desenvolvimento dos poderes naturais do educando.

No cotidiano, o conhecimento é regido por raciocínios que servem eficazmente para dar respostas às tarefas diárias. Constata-se, porém, que muito pouco se tem questionado a respeito de tais conceitos serem ou não apropriados.

Na escola, o indivíduo tem a possibilidade de aprender “a Matemática” enquanto conteúdo e processo de pensamento.

Sintetiza-se conhecimento como o conjunto dinâmico dos saberes e fazeres acumulado ao longo da história de cada indivíduo e socializado no seu grupo. Porém, será que ele está sendo socializado? O conhecimento, uma vez expropriado pelas estruturas do poder capitalista, vai sendo convenientemente fragmentado em disciplinas e áreas de competências/habilidades, para justificar ações setoriais no exercício do poder e também no mundo do trabalho que,

segundo a qualificação moderna, visualiza a competência profissional exigindo o saber pensar (competência metodológica), o saber atuar (competência social) e o saber fazer (competência técnica).

Ocorre que todo conhecimento é um produto da relação do indivíduo com mundo construído pela atividade social e histórica dos homens, relações mediatizadas tanto pelas relações sociais quanto pelos demais produtos dessa atividade. O indivíduo, no cumprimento de suas tarefas cotidianas, freqüentemente associadas ao tipo de trabalho que realiza. Nesse contexto, o indivíduo é obrigado a adquirir um conhecimento que é restrito às respostas necessárias para superação de suas necessidades e que retrata aquilo que foi possível dentro de um determinado meio social, sob situações sociais alienadas e alienantes, apropriar do existente. Assim, por exemplo, a criança feirante, o engraxate, o vendedor, não apropria o conhecimento de uma forma “espontânea” e “natural”. Na verdade, tais indivíduos objetivam aquilo que as injustiças sociais, através da marginalização aí inerente, obrigam-nos a aprender por um processo verdadeiramente massificador e autoritário (GIARDINETTO, 1999: 11).

Vê-se necessário possibilitar a apropriação dos instrumentos lógico-conceituais imprescindíveis à elevação do conhecimento matemático para além das situações restritas à lógica do conhecimento cotidiano.

Dentro desse contexto, o fracasso escolar aparece como um fracasso da escola, fracasso este localizado na incapacidade de aferir a real capacidade da criança, no desconhecimento dos processos naturais que levam a criança a adquirir o conhecimento e na incapacidade de estabelecer uma ponte entre o conhecimento formal que deseja transmitir e o conhecimento prático do qual a criança, pelo menos em parte, dispõe CARRAHER (apud GIARDINETTO, 1990: 42).

A educação visa, sobretudo, formar a autonomia crítica e criativa do sujeito histórico-competente. Sendo assim, não se pode apenas ensinar, instruir, treinar e domesticar, pois o aluno não é objeto do ensino (passageiro do processo), mas sim, sujeito (tripulante/parceiro) de trabalho. Portanto, todo professor deve considerar as motivações do aluno e seus contextos

culturais, estabelecendo relacionamento de confiança mútua, tranqüila, sem decair em abusos e democratismos.

É neste sentido que TRINDADE (1996: 18), argumenta:

A apresentação, exclusivamente, dedutiva do conhecimento matemático limita os alunos a analisarem a matemática como uma área de pesquisa e investigação. Tal apresentação mostra-lhes apenas as soluções bonitas e eficientes de problemas propostos, as declarações terminadas de teoremas e provas, ocultando-lhes a ação do verdadeiro matemático, a forma e o caminho que ele utiliza no processo, seja de identificação e formulação de problemas, seja de investigação e de solução. É preciso explicitar aos alunos que, para chegar à solução de um problema proposto ou provar um teorema que suspeita estar certo, entram a intuição, a experimentação, a tentativa e erro, o emprego de analogias, os enganos e as tateações. Que é só depois de ter resolvido o problema ou provado o teorema, isto é, capaz de ver como se venceu a dificuldade essencial, que o matemático cria uma solução mais direta para o problema ou uma prova mais simples para o teorema. Portanto, ao preparar todos os problemas a serem apresentados com antecedência, o professor está contribuindo para que o aluno deixe de testemunhar, ou melhor, de experimentar a ação do verdadeiro matemático.

Um ensino que privilegiasse o trânsito do educador e do educando pelo conhecimento poderia, ao menos, potencializar, num grau talvez superior ao obtido hoje, as sínteses criativas, bem como promover um ritmo mais acelerado e, talvez, mais eficaz para o desenvolvimento intelectual. Por outro lado, esta habilidade de transitar no conhecimento parece impor-se como uma necessidade cada vez mais crucial nos tempos modernos, graças ao acúmulo acentuado da informação e à evolução dos processos de comunicação, num mundo cada vez mais complexo.

Adquirir um domínio mínimo sobre o conhecimento acumulado passou a significar, além de uma necessidade quantitativa de um mínimo de informação, principalmente a necessidade de uma visão geral de como se podem compreender as diferentes formas de conhecimento, em

sua articulação, de maneira a instrumentalizar esta compreensão para uma ação consciente sobre a realidade. Assim sendo:

(...) o legítimo ato de pensar matematicamente é escondido do aluno, e o único a conhecer a dinâmica deste processo continua sendo o professor. O professor com isso guarda para si a emoção da descoberta de uma solução fascinante, da descoberta de um caminho produtivo, das frustrações inerentes ao problema considerado e de como um matemático toma decisões que facilitam a solução do problema proposto. O que o aluno testemunha é uma solução bonita, eficiente, sem obstáculos e sem dúvidas, dando-lhes a impressão de que ele também deverá conseguir resolver problemas matemáticos com tal elegância. Mas o que não lhe ocorre é que nenhum verdadeiro matemático sabe resolver um problema antes mesmo de tentar resolvê-lo, conforme implicam as ações dos professores de matemática (D'AMBRÓSIO, 1993: 36).

O desafio da educação é de arquitetar novas mentalidades, onde situações atuais precisam de idéias atuais, criativas, inovadoras e que integrem o conjunto do saber humano de forma integrada e sistêmica. Sendo assim, defende-se que educar visualiza a pesquisa como sendo o questionamento construtivo, englobando: teoria e prática, qualidade formal e política, inovação e ética.

Trata-se o aluno com olhar de emancipação, com exercício de qualidade de ator consciente e produtivo; da formação do sujeito capaz de se definir e de ocupar espaço próprio, recusando-se ser atrelado a simples objeto.

A educação pela pesquisa exige também uma atitude cotidiana no professor e no aluno, com princípio científico e educativo, onde o sujeito é um elemento inovador e interventor do processo, orientando-se pela ética dos fins e valores.

Por intermédio da pesquisa, o fazer e o refazer é o ato que distingue a educação escolar de outros tipos e espaços educativos.

A educação exige a pesquisa como seu método formativo, razão pela qual um ambiente de sujeitos gesta sujeitos. *“Fazer pesquisa, significa uma perspectiva interdisciplinar, a busca da construção de um novo conhecimento onde este não é, em nenhuma hipótese, privilégio de alguns, ou seja apenas dos doutores ou livre-docentes na universidade”* (FAZENDA, 1997: 161).

Pesquisar, hoje, envolve um horizonte interdisciplinar, visando uma construção coletiva em parceria, envolvendo mãos e cabeças pensantes, com forma, liberação, prática e reconstrução de itinerários próprios de vida e teoria.

Neste horizonte, sustenta-se que a educação e a pesquisa têm trajetos coincidentes. Assim, todos têm compreensão de que o conhecimento perfaz a fonte principal das mudanças mais significativas do Mundo Moderno, tanto para o bem, como para o mal, e que a formação da competência em cada cidadão é oportuna e necessária para intervir na sociedade, tendo como alavanca instrumental crucial o conhecimento inovador.

No quadro 1 expõe-se de forma sintetizada a concepção de DEMO (1998: 8), entre educação e pesquisa com trajetos coincidentes.

Constata-se que o educando não pode ser apenas um ouvinte domesticado, sendo cópia da cópia, do repasse da marca registrada do professor (aula copiada). Hoje persiste a idéia de que o professor não pode se limitar às habilidades de repasse de conhecimentos e procedimentos por meio de meras receitas.

Entretanto, estes traços aparecem como adornos no sistema – os estudantes não os enxergam como identidade própria da escola. O cerne do sistema educacional está lentamente sendo tocável a despeito de anos de tentativas para uma reforma progressivista.

Quadro 1 : Trajetos coincidentes entre educação e pesquisa

<i>A PESQUISA</i>		<i>A EDUCAÇÃO</i>
Busca o conhecimento para poder agir nas bases do saber pensar.	<i>Contra a ignorância</i>	Busca a consciência crítica da realidade tendo como sujeitos o educador e educando.
Alimenta-se da dúvida, de hipóteses alternativas de explicação e da superação constante de paradigmas.	<i>Valorização do questionamento</i>	Alimenta o aprender a aprender, fundamento da alternativa histórica.
Usa o conhecimento inovador, sendo um processo permanente.	<i>Processo reconstrutivo - Competência sempre renovada</i>	Usa o conhecimento inovador como instrumento, busca alicerçar uma história de sujeitos e para sujeitos.
Busca na prática a renovação da teoria ou vice-versa.	<i>Confluência entre teoria e prática</i>	Encontra no conhecimento a alavanca crucial da intervenção inovadora, incorporando o compromisso ético.
Usa a transmissão do conhecimento como ponto de partida e se realiza em reconstrução permanente.	<i>Oposição terminante à condição de objeto</i>	Exige ultrapassar o mero ensino, instrução, treinamento e domesticação.
Supõe ambiente de liberdade de expressão, crítica e criatividade.	<i>Oposição a procedimentos manipulativos</i>	Exige a relação pedagógica de interação e ética marcada pela qualidade.
Persegue o conhecimento novo, privilegiando como seu método o questionamento sistemático e criativo.	<i>Condenação à cópia</i>	Reage contra o mero ensino copiado, privilegiando o saber pensar e o aprender a aprender.

O ensino de Matemática ainda freqüentemente apresenta a Matemática como algo que será útil somente em algum ponto vago no futuro, e não como algo que se aplica às questões imediatas dos estudantes.

Existem duas formas básicas de aprender:

- ✓ **Aprendizagem por descoberta** a partir da ação, realizada em 1ª. pessoa. Está ligada à resolução de problemas e conhecimentos procedurais, levando a um saber fazer e aprender a aprender; o sujeito se constitui enquanto indivíduo.
- ✓ **Aprendizagem por instrução** que consiste em comunicar um conhecimento em forma verbal ou formulando-o num texto, conduzindo o estudante a um saber; aprendizagem por regras com informações simbólicas vinculadas na aprendizagem em 3ª. pessoa.

Assim sendo, as pessoas aprendem todos os dias, mas os estudantes têm limitado o fator aprendizagem a um assunto inteiramente acadêmico e em sua maioria nunca integralizado, longe de ser um processo cachoeira ou natural.

2.2 A Aprendizagem Cachoeira e a Aprendizagem Natural

O processo natural, segundo SCHANK (1995), consiste em uma seqüência com estágios sob forma de cachoeira, tais como:

Figura 1: A aprendizagem natural.



Fonte: SCHANK (1995: 68)

Uma das lições que se pode tirar da teoria da aprendizagem é que as escolas devem ser configuradas para dar suporte, não curto-circuito. Nesta cachoeira de aprendizagem, todas as partes merecem destaque, assim sendo, a resposta é apenas a última parte do processo.

O segredo do porquê as pessoas são capazes de aprender tanto em suas vidas diárias não é, em absoluto, um segredo. Elas aprendem sobre coisas que pertencem aos seus objetivos – elas aprendem sobre coisas nas quais elas estão interessadas. Estando interessadas, elas ousam testar e algumas vezes fracassam. Estes fracassos, assim como seus interesses, levam-nas a fazer perguntas, que, em alguns casos, são direcionadas as fontes externas como amigos ou livros. Mas, freqüentemente, estas perguntas são intencionalmente orientadas para fontes internas, por exemplo: “Por que eu fiz isto desta forma?” ou “Como consegui ser tão tolo novamente?”.

Uma vez que se desenvolve uma pergunta sobre algum tópico de interesse, então está-se pronto para aprender a resposta. Após desenvolvida uma resposta (ou sendo dada uma), tem-se pouca dificuldade em lembrá-la.

Além disso, na aprendizagem natural, a pessoa que passa por algumas experiências, questiona-se sobre elas, e tira algumas conclusões. As especificações vêm primeiro, seguidas das generalizações. O processo de questionamento serve para criar indícios na memória da pessoa. Estes indícios então ligam as experiências umas às outras e, por fim, a generalizações. Como a pessoa tem experiências subseqüentes que não se encaixam na generalização, elas são aceitas como exceções. Este processo resulta numa rica generalização, que acontece da seguinte forma: uma coleção de experiências que apoiam a generalização, uma coleção de experiências que são uma exceção à generalização, e o objetivo que a pessoa estava tentando satisfazer através do questionamento.

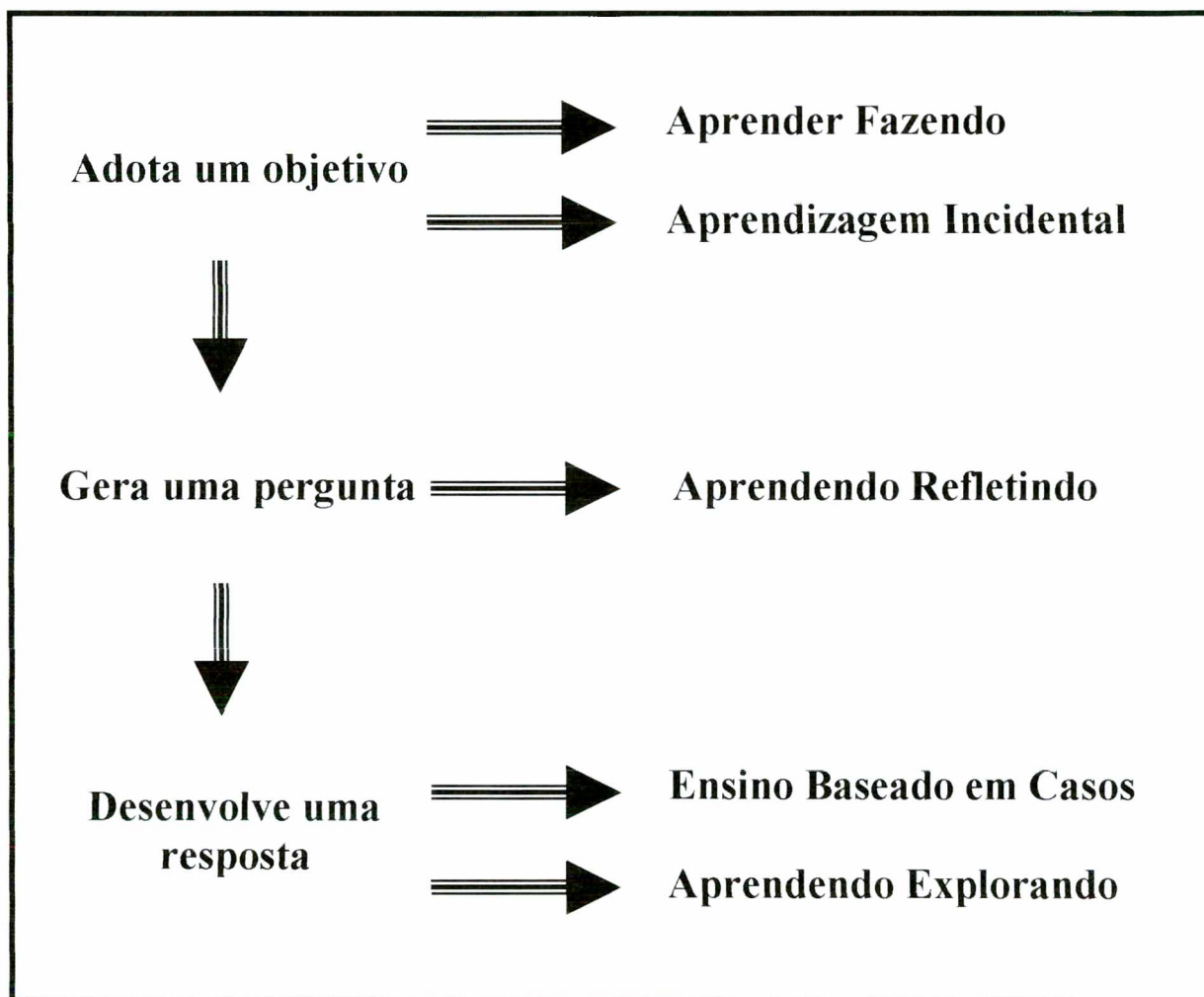
Em resumo, para tirar vantagem das habilidades de aprendizagem natural dos estudantes, deve-se providenciar um ambiente que dê suporte à aprendizagem cachoeira. Isto significa que os estudantes devem ter a liberdade de buscar objetivos que lhes interessem, permitindo sua testagem que pode inclusive levar ao fracasso. Também significa que os estudantes podem receber respostas prontas somente após terem gerado perguntas.

Para levar a termo os processos de aprendizagem natural, deve-se oferecer respostas em conformidade com uma base de necessidades do estudante. Ao invés de fazer o estudante se conformar com um programa de instrução, deve-se fazer com que o programa de instrução se conforme ao estudante.

2.3 As Arquiteturas de Ensino na Aprendizagem Cachoeira

A **Figura 2** apresenta a concepção de SCHANK (1995), definindo o processo de aprendizagem natural arquitetando uma tomada como alvo:

Figura 2: Arquiteturas de ensino e o processo natural de aprendizagem.



Fonte: SCHANK (1995: 70)

Ensinar alguém a executar uma habilidade complexa é um real feito, porém, para ficar especialista em um campo, um estudante tem que aprender os princípios abstratos e trabalhar como esses princípios se aplicam na prática.

Deve-se levar sempre em conta os interesses naturais de qualquer estudante e usá-los como um veículo de ensino a respeito de qualquer coisa. Exemplificando, se o estudante gosta de plantas e animais, por que não ensiná-lo a ler sobre tais assuntos, fazer a matemática que é necessária para ter uma melhor eficiência no plantio e manejo, despertando, assim, meios para buscar maior qualidade, produtividade, rentabilidade e conhecer economia e política necessárias para dirigir uma empresa agrícola ?

Despertar no aluno a necessidade quanto aos meios para aplicar as instruções individualizadas, e a utilização imediata do método auto-dirigido, para que o mesmo desenvolva a própria aprendizagem.

Os atalhos que as escolas tomam são parcialmente o resultado da carência de conhecimento sobre como a aprendizagem é realizada por meio da informática, assim como pela necessidade de obter resultados econômicos.

Os computadores têm a habilidade de apresentar tarefas que os alunos estão interessados em fazer, possibilitando torná-los inquisitivos, aguçando a exploração e até ajudando a se recuperarem de um fracasso.

Educar pela pesquisa segundo SCHANK (1995), aflora as arquiteturas de ensino na aprendizagem cachoeira, que são aplicadas pelo educador que as utiliza despercebidamente sem conscientizar-se da metodologia de ensino.

Aprender fazendo – Este método está associado com treinamento ocupacional. Além da aprendizagem de uma determinada atividade é preciso preparar as pessoas a lidar com uma variedade de situações novas que surgem no trabalho, assim como no trabalho em equipe. Este método aguça nos estudantes todas as habilidades possíveis através do saber fazer. Fazer tarefas é o que prepara o estudante para a vida real. É importante que o estudante seja capaz

de se engajar ativamente em tais tarefas. Por exemplo, na informática, podem ser feitas simulações de todos os tipos, tais como de pessoa para pessoa; ou até de criar modelos complexos de instituições humanas, planejamento humano e comportamento emocional. Em situações onde é muito caro ou perigoso permitir ao estudante assumir o controle, pode-se utilizar as simulações. Um exemplo de utilização de informatização ocorre na construção dos simuladores de vôo no curso em que se ensina a pilotar aviões .

As simulações oferecem vantagens em relação à vida real, tais como:

- ✓ a vida da realidade continua marchando;
- ✓ as simulações permitem aos estudantes jogar com o tempo de um modo que o mundo real não permite;
- ✓ as simulações proporcionam aos professores um acesso melhor aos estudantes;
- ✓ em simulações baseadas em computador, os professores podem ser automatizados, e o conhecimento do professor está disponível quando o aluno estiver sozinho.

Quando não se pode criar situações reais para o estudante, ele pode aprender treinando através de simulações; elas preparam os estudantes sem que eles tenham que estar nestas situações de fato. Colocar os alunos em situações reais não é em alguns casos suficiente, às vezes, faz-se necessário um mentor para que o aluno possa questionar.

“A base da simulação é crítica quando o assunto a ser aprendido é experimentado no coração. Muito da aprendizagem natural é a acumulação de experiências”(SCHANK, 1995: 70).

A desvantagem das situações reais é que elas não possuem mentores para auxiliar, tornando, às vezes, a aprendizagem lenta e frustrante. Outro ponto a ser observado no ensino baseado em simulação, é que ele nunca será tão rico de informações quanto o mundo.

A aprendizagem incidental – Para os alunos nem tudo é diversão na aprendizagem. Na verdade, algumas coisas são terrivelmente chatas para se aprender. Frequentemente, eles fazem isso colhendo a informação de passagem, sem a intenção de absorver a informação por inteiro. Assim sendo, aprende-se uma variedade de informações que são bastante "maçantes", sem serem completamente desestimulados por elas. Esta arquitetura é baseada na criação de tarefas cujos resultados finais são inerentemente interessantes, e que podem ser usados para comunicar situações enfadonhas.

A aprendizagem pela reflexão – Algumas vezes, não é necessário dizer alguma coisa ao estudante. Ele precisa saber como perguntar sobre essa coisa, ou talvez o estudante tenha terminado um projeto e deseja repensar uma forma de como poderia tê-lo feito melhor. Em tais casos a tarefa do professor é abrir os olhos do educando a novas formas de pensar sobre a situação, ajudá-lo a articular a situação e gerar formas de levá-lo adiante. Logo, enquanto professores, temos por missão refletir com o aluno.

O ensino baseado em casos – Vislumbra a necessidade dos "experts" (repositores de casos) e dos bons professores (contadores de histórias). A tarefa desta arquitetura é dizer aos estudantes exatamente o que e quando eles precisam saber. Quando os alunos estão aprendendo fazendo, eles experimentam falhas de conhecimento, e percebem que necessitam de novas informações para prosseguirem. Tal é o caso quando o ensino baseado em casos pode providenciar os conhecimentos de que os estudantes precisam, pelo fato de que fatos isolados são difíceis de se integrarem às suas memórias. Assim sendo, o conhecimento útil é tipicamente melhor apresentado em forma de histórias.

A aprendizagem pela exploração – Esta aprendizagem propicia respostas num formato de conversação. Quando os estudantes se envolvem em sua própria aprendizagem, eles naturalmente geram questões. Um importante método de ensino é responder uma pergunta do estudante no tempo que ele as gera e prosseguir uma conversação, respondendo quaisquer questões a partir de então.

Orientar alguém para executar uma habilidade complexa exige disponibilidade de tempo, como também é um real feito. Porém, para ficar especialista em um campo, o estudante tem que aprender os princípios abstratos e trabalhar como estes princípios se aplicam na prática.

2.4 Tecnologias de Informação e Comunicação

Observa-se que, na maioria das vezes, o ensino nas escolas tem limitado aos estudantes o fator aprendido num contexto inteiramente acadêmico e nunca integralizado.

As novas tecnologias de informação e comunicação podem contribuir como ferramentas significativas na escola. O seu uso de forma adequada e democrática pode colaborar para a quebra do paradigma de professor como detentor do conhecimento, possibilitando sua mudança de postura para orientador, facilitador, onde os alunos deixam também de lado sua postura de receptor passivo. É com a modificação deste paradigma que a escola estará efetivamente contribuindo na formação de um profissional mais capacitado para assumir seu papel na sociedade.

Um poderoso instrumento de comunicação e informação é a **Internet**, que vem se disseminando velozmente no mundo inteiro. Sua utilização se faz presente em diferentes setores da sociedade, carregando, na sua essência, um potencial de impulsionar processos de

mudanças paradigmáticas. Também pode ajudar o professor a preparar melhor a sua aula, a ampliar as formas de lecionar, a modificar o processo de avaliação e de comunicação com o aluno e com seus colegas.

Fotografa-se a educação como sendo a força capaz de mediar conflitos existentes e atenuar seus efeitos. Cabe usá-la com aguçado senso de valores, impondo limites aos processos disponíveis, inclusive os da informática. Oferecer generalizadamente aos alunos um prato feito nos servidores eletrônicos é, por exemplo, um procedimento que pode gerar a robotização da juventude e destruir valores essenciais.

É necessário construir um sistema que ajude os aprendizes a obter aquele tipo de conhecimento ou atraí-los para aquele tipo de atividade, não abrindo mão do homem.

Entende-se que os objetivos devem fundamentar a educação, logo o sistema educacional deveria primeiro se preocupar com os objetivos porque, antes que os alunos possam avançar nos estágios de aprendizagem natural, eles devem estabelecer objetivos que lhes interessem.

Cada arquitetura de aprendizagem é uma tentativa de isolar um tipo de conhecimento ou atividade que ocorre durante alguma parte do processo natural de aprendizagem.

Para que mudanças educacionais aconteçam em grande escala no Brasil, o computador terá de ser o meio de mudança. É fácil instalar um programa de computador, entretanto, mudar pessoas e sistemas entrincheirados é difícil. Continua a ser uma luta pautada pela reflexão de cada educador e entidades educacionais.

Numa aula, o audiovisual pode ser um excelente método informativo, desde que tenha uma boa linguagem de síntese. Diz-se que ela pode ser tão ou mais aborrecida se assistida pela pequena tela, do que se escutada diretamente, tudo depende do professor. A máquina não contribui em nada para a redução dos discursos. Se a televisão ou a publicidade exercem

fascínio é pelo tipo de discurso e não pelo meio em si, é uma questão de linguagem, de discurso, não de aparelhos.

Tal processo está longe de ser um processo natural, por não abranger uma sequência com estágios sob a forma de cachoeira, estimulando o aluno a adotar um objetivo, gerando uma questão e desenvolvendo uma resposta.

Entende-se que Educação pressupõe o desenvolvimento global do indivíduo, admitindo trabalhar com a interdisciplinaridade na construção e aplicação do conhecimento, exigindo desenvolver a capacidade de olhar o mundo com uma visão não linear e entender a heterogeneidade da sociedade onde todos os problemas estão interconectados.

Portanto, deve-se buscar dentro e fora da escola a complementaridade em objetivos que muitos julgam antagônicos, tais como: indução do espírito empreendedor e trabalho de equipe; postura geoestratégica proativa e respeito à diversidade; busca da excelência e preservação das diferenças de perspectivas; competição e cooperação; lógica de mercado e cooperação; lógica de mercado e coesão social.

Nos últimos anos, alguns centros educacionais têm buscado inovações com novas tecnologias, tais como uso do computador, programas informáticos, Internet, CD-ROMs, etc., com diferentes metodologias de aprendizagem.

Pergunta-se: será que está nascendo uma nova metodologia? Esta questão surge corriqueiramente nos debates entre professores, podendo ser resolvida com reflexão anterior: não se trata de procurar uma nova metodologia que substitua a anterior e que, ao mesmo tempo, será substituída por outra em curto espaço de tempo.

Trata-se de uma mudança de perspectiva em um plano superior, enfatizando o aluno como pessoa. Portanto, a metodologia de aprendizagem mais adequada de cada pessoa, em

cada momento e em cada situação concreta na aprendizagem, dependerá de muitos fatores, tais como: aluno, objetivos, conteúdos, sistema geral aplicado, ...

Em resumo, trata de colocar à disposição do aluno todas as contribuições que foram feitas pelas diferentes metodologias, fornecendo elementos para que ele decida o que será mais adequado em cada caso. Segundo MARCOVITCH (1999), preparar agentes de mudanças para enfrentar os novos tempos exige mais do que tornar informações acessíveis para milhões de seres humanos. No século XV, quando surgiu a palavra impressa, o invento de Johanes Gutemberg igualmente permitiu que a informação ampliasse fantasticamente o seu alcance . Mas tornou-se necessário transformar a informação em conhecimento, em sabedoria. A sabedoria moveu Galileu Galilei e Isaac Newton, e o conhecimento induziu à revolução tecnológica dos séculos XVIII e XIX.

A ciência sofreu transformações significativas no decorrer dos últimos séculos. Assim, CAPRA (1985) resume em cinco pontos um novo paradigma da ciência , que explicita o nível de transformação sofrida :

“ Mudanças da parte para o todo : a ciência moderna procura entender cada parte a partir do todo , ao contrário da ciência tradicional;

“ Mudança de estruturas para processos : no novo paradigma , os processos são os dados para o estudo e as estruturas são os instrumentos conceituais para que o pensamento possa apreendê-los;

“ Mudança de realidade objetiva para a realidade epistêmica: a ciência atual considera que o observador afeta o fenômeno sob o estudo e que o conhecimento só é possível se o seu processo for levado em consideração;

“ Mudança de construção para a rede: antigamente cada área de conhecimento era como um bloco, cada nova descoberta era tijolo numa construção. Hoje o conhecimento é considerado como uma rede onde o seu valor é determinado por seu relacionamento com outros assuntos pela quantidade e importância de suas conexões;

“ Mudança de verdade para aproximação: a ciência tradicional tinha a pretensão de ser a expressão da própria verdade a ciência moderna considera as explicações científicas como aproximações de fatos observados”.

Então, acena-se para a criatividade como um privilégio de todos, seguindo o efeito cachoeira: conhecimento (homem explorador/pesquisador); imaginação (homem/artista); julgamento (homem/juiz: nosso senso crítico é o juiz dos outros); ação (homem/guerreiro), trazendo à tona os avanços de tecnologia, a inovação, a tomada de decisões imediatas e o aprender a corrigir riscos e solução de problemas.

Conceitos estão sendo rediscutidos nos últimos anos sobre trabalho, educação, qualidade, responsabilidade, participação e outros, possibilitando a incorporação de novas explicações, princípios e/ou novas técnicas.

Constata-se que a verdadeira aprendizagem é aquela construída com esforço próprio através da elaboração pessoal. Para tanto, o caminho é a biblioteca e os meios de comunicação com novas tecnologias, onde é preciso munir-se de leitura farta para dominar posturas explicativas, escolhendo a mais aceitável e, a partir desta, elaborar uma postura própria, mesmo que seja uma síntese. A partir daí, passa-se a elaborar lentamente e de forma progressiva, fazendo tentativas aproximadas, até sentir-se seguro e capaz de elaborar e defender um tema. Sendo assim, todas as cinco arquiteturas estão fundamentadas em métodos que são encontrados, de uma forma ou de outra, na vida diária.

É precisamente em função de que estes métodos de ensino são tão naturais que eles deveriam ser mais explorados em nossos centros de ensino.

2.5 Considerações Finais

Contempla-se a necessidade do homem de exercer seu poder de análise da realidade, penetrando nessa situação, e depois utilizar conhecimentos acumulados de situações reais,

procurando de forma desinibida e desestruturada penetrar nessas interações e depois utilizar conhecimentos especializados, específicos, tendo como base o ensino integrado e global, no qual a matemática se insere como linguagem, ferramenta e instrumento mais fino que a linguagem usual para descrever fenômenos naturais.

Assim, todo cabedal na área da Educação, pesquisa e tecnologia passa a ser fortemente marcado por fatores socioculturais como também por transformações da sociedade, no mundo globalizado.

Diante da reforma proposta pelo Ministério da Educação e Desportos através da Lei 9.394/96 (LDB), o professor tem a missão para com o educando de articular, inventar ou reinventar o conhecimento/cultura, *como meio* enquanto forma de compreender a complexidade do mundo, condição necessária para viver dignamente, para desenvolver possibilidades pessoais e profissionais, para se comunicar. E *como fim*, porque seu fundamento é o fazer de compreender, de conhecer, de descobrir.

Assim, percebe-se a aprendizagem como um processo de aquisição, ampliação ou aprimoramento de conhecimentos, capacidades e atitudes.

As competências de um cidadão, de um trabalhador e de um profissional são o resultado da combinação de *conhecimentos* (saber), *habilidades* (fazer) e *comportamentos* (ser), considerados ideais para a sua formação. Nenhum desses elementos se constrói isoladamente, ao contrário, é o seu inter-relacionamento/entrelaçamento que define o perfil de cidadão, de trabalhador e de profissional de cada um.

Nessa perspectiva, o saber passa a ser não um instrumento para se obter maior eficiência nos procedimentos, mas a discussão sobre a finalidade dos procedimentos. Não simplesmente uma forma de conseguir as melhores metodologias para se ter sucesso nas ações necessárias para a reprodução do capital, mas a reflexão sobre a coerência entre ações e a visão de uma

ordem objetiva da realidade. O conhecimento deixa de ser visto como instrumento para ser considerado como bem em si, auxiliar na procura de uma ética de vida coerente com a crença de que a razão leva a conceitos como justiça, igualdade, solidariedade e felicidade.

Para esses fins, serão bem-vindas as novas tecnologias que permitem ao homem:

- ✓ Acelerar a produção de bens necessários para erradicar a miséria material e intelectual;
- ✓ Diminuir o tempo de trabalho socialmente necessário;
- ✓ Propagar informações e novos conhecimentos;
- ✓ Disseminar novas culturas, transformando cada indivíduo num "cidadão do mundo". Mas não poderão substituir, no processo de ensino, a relação humana fundamental para o estabelecimento de valores consensuais, para a vivência solidária e democrática e para a constituição da "razão emancipada".

Educar de acordo com a proposta, visando a formação de competências, portanto, é orientar o educando para o desenvolvimento de aspectos ligados a conhecimentos, habilidades e comportamentos considerados necessários e indispensáveis, segundo os objetivos da educação técnica e tecnológica, dos cursos e das disciplinas.

O capítulo que segue tem como enfoque abordar o ensino profissional no CAC (Colégio Agrícola de Camboriú), com objetivos e postura preocupada com as perspectivas de elevação cultural dos educandos a partir do mundo vivido e a cultura elaborada com o aprender a fazer fazendo.

Assim o que se deve estar modelando e ensinando, além da Matemática, são os relacionamentos dela com outros interesses humanos e interdisciplinares.

CAPÍTULO III

O COLÉGIO AGRÍCOLA DE CAMBORIÚ ENQUANTO CENTRO DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL

3.1 Histórico

Pioneiro em Santa Catarina no ensino técnico agropecuário, o Colégio Agrícola de Camboriú (CAC), vinculado à Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC) desde 1968, foi criado em 8 de abril de 1953, pelos termos do acordo celebrado entre o Governo Federal e o Governo do Estado de Santa Catarina, publicado no Diário Oficial da União de 15 de abril de 1953. As atividades de ensino tiveram início em 1962, com o Curso Ginásial Agrícola que se estendeu até 1968. Em 1965 foi introduzido o Curso Técnico em Agropecuária em nível de segundo grau.

Há 47 anos, o CAC oferece formação profissional de Técnico em Agropecuária, preparando o educando para gerir propriedades rurais, além de capacitá-lo para o mercado de trabalho, oportunizando também o acesso à Universidade. Atualmente oferece formação profissional na área de Informática e Meio Ambiente, iniciados a partir do ano 2000, com previsão da implantação de novos cursos na área de Comércio, Construção Civil e Gestão, a partir de 2001. Por sua vinculação à UFSC, o CAC é uma instituição pública e gratuita, que se apresenta como uma instituição educacional socializadora do conhecimento científico-tecnológico.

3.2 Localização e Estrutura Física

Localizado no município de Camboriú, Estado de Santa Catarina, o Colégio Agrícola de Camboriú (CAC) possui uma área total de 194 ha (1.940.000 m²). As edificações ocupam 15,4 ha (15.400 m²), sendo a área disponível para a agropecuária e desenvolvimento de projetos fixada em 117 ha (1.170.000 m²). A preservação florestal e hídrica ganhou neste contexto uma área de 35 ha (350.000 m²), enquanto os jardins e a urbanização consomem 31 ha (310.000 m²). A área esportiva tem 3 ha (30.000 m²). Atualmente o CAC tem 15 salas de aula e os seguintes laboratórios: Física, Biologia, Química, Informática e Biotecnologia (em implantação), além das unidades didáticas e de produção. Estas unidades dividem-se em áreas, conforme abaixo:

- **Área de fitotecnia** - Olericultura; silvicultura; fruticultura; culturas regionais (arroz irrigado, leguminosas, cana-de-açúcar, milho, mandioca) e floricultura.
- **Área de zootecnia** - Suinocultura; cunicultura; piscicultura; avicultura de corte e postura; apicultura; bovinocultura de leite e corte; ovinocultura; caprinocultura e marrecos.
- **Área de apoio administrativo** - Abatedouro-escola; comercialização; indústria rural; marcenaria; mecanização agrícola e ferramentaria.

Nestas unidades, as ações educativas e de produção são programadas pelos coordenadores e os resultados financeiros constituem-se em arrecadações próprias do estabelecimento, via cooperativa, das quais partes são reaplicadas nas atividades de manutenção e ampliação das atividades educacionais e produtivas. Todas as atividades de manutenção das unidades são realizadas por alunos, em sistema de escola de serviço, o que possibilita a passagem de todos os matriculados pela unidade no decorrer dos três anos

letivos. Estas atividades são essenciais no modelo que o estabelecimento mantém para formar seus técnicos em agropecuária: **aprender a fazer, fazendo**.

3.3 Missão e Compromisso

É finalidade essencial do CAC promover a formação integral, através do ensino, pesquisa e extensão de cidadãos qualificados para o exercício profissional na área de agropecuária e comprometidos na busca de soluções democráticas para as necessidades da população, no âmbito regional e nacional. Dentro desta filosofia global, o CAC difunde em suas atividades e no cotidiano escolar, nas diversas disciplinas, o compromisso de todos em preservar o meio ambiente.

Usar racionalmente o potencial que a natureza oferece é uma obrigação, já que a crescente degradação dos recursos naturais projeta um futuro incerto e obscuro para a humanidade. Somente através de um processo educativo preocupado com as questões ambientais, com o desenvolvimento sustentado, com o ecodesenvolvimento, com a preservação e conservação do patrimônio cultural, genético, ambiental e antropológico é que poderão surgir soluções para reverter o quadro atual que contempla, basicamente, o uso inadequado dos recursos naturais.

Neste contexto, o Colégio Agrícola de Camboriú se propõe a capacitar técnicos, a fim de trabalhar e apresentar soluções para a problemática ambiental, dentro de uma visão multi e transdisciplinar, as quais contribuam, também, para a organização de equipes qualificadas, capazes de oferecer assessoria às comunidades na questão ambiental.

Os compromissos do CAC são atender às reais necessidades da clientela (alunos), oferecer sempre o melhor ensino (qualidade), a confiabilidade e capacidade no cumprimento de seus objetivos; manter canais de comunicação permanentes com a comunidade e assumir e corrigir seus erros, ocorridos no desenvolvimento de sua missão. Desta forma, e com todos estes esforços, é visão da administração transformar o Colégio Agrícola de Camboriú num centro de referência nacional na formação de profissionais para o complexo rural.

3.4 Regime das Atividades Escolares

O CAC tem como regime de atividades de ensino e produção o modelo de internato integral com benefícios envolvendo as prioridades na alimentação, saúde (psicológica, odontológica e medicina em geral) bem como instalações adequadas de lavanderia e asseio corporal para o educando.

O aluno realiza atividades teóricas e práticas num período de oito horas diárias, com exceção dos finais de semana - períodos nos quais são mantidas escalas de serviço rotativas para a implementação de manejos técnicos nas unidades didáticas e de produção.

Nos períodos de férias letivas as unidades didáticas são mantidas através de alunos estagiários, no mesmo sistema do período letivo, de tal forma que o estabelecimento não sofra interrupções em suas atividades educacionais e produtivas. Ainda nas férias, os alunos realizam suas atividades de estágios supervisionados em instituições públicas e privadas.

3.5 Cursos Oferecidos

3.5.1 Ensino profissional de nível técnico - cursos/habilitações profissionais

CURSO: Técnico em Agropecuária

- Habilitação: Agropecuária
 - Modalidade: *Concomitante com o Ensino Médio*
 - Regime: Anual
 - Organização Curricular: Mista (serial + modular)
 - Duração: Três anos mais estágio de habilitação profissional
-
- Habilitação: Agropecuária
 - Modalidade: *Pós-ensino médio*
 - Regime: Anual
 - Organização Curricular: Modular
 - Duração: Dois anos mais estágio de habilitação profissional

CURSO: Técnico em Meio Ambiente

- Modalidade: *Pós-ensino médio*
- Regime: Anual
- Organização Curricular: Modular
- Duração: Dois semestres mais estágio de habilitação profissional

CURSO: Técnico em Informática

- Modalidade: *Pós-ensino médio*
- Regime: Anual
- Organização Curricular: Modular
- Duração: Um ano mais estágio de habilitação profissional

3.5.2 Ensino profissional de nível básico

Destinado à qualificação e requalificação, nas diversas áreas dos setores primário, secundário e terciário. No quadro abaixo apresentam-se os cursos oferecidos pela Instituição no período de 1997 a 2000.

Quadro 2 – Cursos de Qualificação e Requalificação Profissional de Nível Básico.

CURSO	CARGA HORÁRIA (Horas)
Inseminação Artificial em Bovinos	40
Conservas e Doces Caseiros	20
Olericultura	40
Jardinagem	40
Mecanização Agrícola	40
Fruticultura	40
Bovinocultura de Leite	40
Conservas	40
Derivados do Leite	40
Plantas Ornamentais	40

Piscicultura de Água Doce	40
Gestão Ambiental	40
Floricultura e Jardinagem	40
Inspeção de Produtos de Origem Animal	40
Conservas	40
Colhetadeiras	40
Plantas Medicinais	40
Embutidos e Derivados do Leite	40
Defensivos Agrícolas	40
Agricultura Natural	40
Olericultura	40
Ajardinamento	32
Agricultura Orgânica	24
Piscicultura Básica	40
Processamento de Peixes	40
Industrialização Artesanal de Embutidos	24
Comidas Típicas	80
Organização de Eventos Culturais	80
Fitoterapia	80
Educação Ambiental	60
Excelência na Comunicação	60
Informática	40

Fonte: Coordenação de Ensino do CAC, 2000.

3.6 O Ensino Profissional no Brasil, suas Competências e Habilidades

3.6.1 A realidade escolar e o mundo do trabalho

A sociedade moderna é também considerada a sociedade do conhecimento. Apesar de inserir-se na busca desta modernidade, no Brasil ainda se encontram dois grupos

populacionais: as pessoas que estão acompanhando o progresso da ciência e da tecnologia e as pessoas que, por não terem acesso a esta evolução, vão ficando à margem deste processo, sem tirar proveito das vantagens que o sistema de produção, os avanços da ciência e da tecnologia podem trazer para o ser humano.

O momento histórico em que se está inserido, inegavelmente, exige que uma nova ordem mundial se estabeleça. Esta nova ordem pede a integração dos sistemas econômicos e busca obsessivamente a competência, pois as novas tecnologias reduzem de forma drástica o intervalo entre a sua descoberta e sua utilização. E através desta revolução tecnológica é que surgem novas maneiras de pensar, agir e sentir.

Diante deste novos desafios tecnológicos, cria-se a discussão a respeito de alguns aspectos da sociedade que estão sofrendo alterações profundas. As profissões e cargos, os conhecimentos, os locais e as formas de experiências sociais interferem na identidade das pessoas, dos grupos e classes em que estão inseridas, e estas alterações devem-se às novas tecnologias e materiais que se incorporam cada vez mais ao cotidiano. Com isso, impõe-se um perfil de qualificação profissional completamente novo, onde uma maior formação geral é determinante para o sucesso.

O mundo em que vivemos, que sofre transformações incessantemente, exige que o trabalhador, para exercer suas atividades, absorva o conhecimento produzido e adquira novas competências que o tornem apto a agir tanto na prática quanto em nível mental. Ao ensino, com isso, é atribuída uma maior responsabilidade pois os novos desafios tecnológicos são enfrentados com maior desenvoltura por profissionais que receberam uma formação geral básica, científica e tecnológica que os tenha preparado para ingressar no mundo do trabalho que hoje é muito mais dinâmico, móvel e exigente.

Cresce a necessidade de uma educação integral que garanta o conhecimento de causa quando se trata de compreender a realidade. Esse conhecimento se dá através da prática social e de sua essência, o trabalho social, que requer não somente a compreensão crítica, como também o domínio das formas de fazer, dos recursos instrumentais, metodológicos e de técnicas quanto ao uso e aplicação dos conhecimentos apreendidos.

Faz-se necessário, então, uma educação que permita a apropriação da cultura técnico-científica básica, que integre, totalize e permita ao educando externar-se de forma criativa e autônoma. A educação deve privilegiar o domínio dos fundamentos teórico-práticos das ciências modernas, que devem ser conhecidas, pois fazem parte das principais funções de produção e serviços. O papel transformador pode assim ser cumprido pelas escolas técnicas, pois apresentam estrutura física diferenciada que conta com salas ambiente, laboratórios e oficinas, tendo a tecnologia e a pedagogia como mediadoras. Além disso, as escolas técnicas também possibilitam ao educando o recurso de saídas de campo ou viagens de estudo.

Conclui-se, então, que o ensino profissionalizante é o fim último do processo ensino-aprendizagem. Neste processo, ensinar é a busca incessante da igualdade de oportunidades dos indivíduos, tendo em foco a dimensão social da educação, tentando dar oportunidade ao educando de realizar-se enquanto indivíduo e cidadão, não só convivendo com as transformações do mundo da ciência e da tecnologia, mas também participando e interagindo com ele.

3.6.2 Marco Referencial

A educação foi recolocada no centro dos debates nacionais e internacionais devido à reestruturação do processo de produção na globalização da economia, que busca as demandas

por qualidade e competitividade do setor produtivo. O intervalo de tempo entre as descobertas e a sua aplicação no processo de produção está cada vez mais estreito, devido à revolução tecnológica que vem provocando transformações aceleradas no mundo do trabalho. A qualificação profissional é vista hoje sob uma nova ótica, graças à revolução da informática e aos meios de comunicação de massa, que também impõem novas exigências de cidadania e uma redescoberta e revalorização da ética nas relações sociais e de trabalho.

A matéria-prima imprescindível ao desenvolvimento e à modernidade também inclui o conhecimento como processador e selecionador de informações. O que se espera da escola é que o indivíduo não busque tão somente a igualdade formal mas sim, com responsabilidade, a defesa de seus interesses, para que a sociedade se torne mais justa, solidária e íntegra. A nova LDB (Lei de Diretrizes e Bases) da Educação Nacional, foi homologada pelo Governo e representantes das classes interessadas neste processo de globalização, visando facilitar e organizar o processo ensino-aprendizagem.

A Lei nº. 9394 de 20 de dezembro de 1996, tem como princípios os processos formativos que se desenvolvem na vida em família, na convivência entre seres humanos no trabalho e nas instituições de ensino e pesquisa, nos movimentos sociais e organizações da sociedade civil e nas manifestações culturais.

3.6.2.1 O CAC e os princípios e fins da LDB

A Educação, dever da família e do Estado, *“inspirada nos princípios da liberdade e nos ideais de solidariedade humana, tem por finalidade o pleno desenvolvimento dos educandos, seu preparo para o exercício da cidadania e a sua qualificação para o trabalho”* (Lei nº 9394/96). No atendimento aos princípios legais contidos na nova LDB, o CAC procedeu às

mudanças necessárias, implantando novos cursos e reformulando os existentes. Neste aspecto, destaca-se a reformulação curricular com a adoção de currículos modulados, a separação conceitual e operacional entre o Ensino Médio e o Ensino Profissional, o incremento dos cursos Pós-Ensino Médio, buscando uma concepção adequada ao atual momento.

No ano 2000, o CAC já iniciou o aprimoramento e a consolidação dos avanços e das reformulações em andamento, tendo como princípio uma pedagogia moderna que envolve um currículo que busca a formação crítica, em consonância com a realidade dos dias atuais. Ainda neste ano apresenta-se um novo desafio ao CAC: reorganizar os currículos dos cursos técnicos, tendo em vista as novas diretrizes curriculares para a educação profissional.

Para tanto, não se perde de vista que se vive hoje na educação um momento no qual é essencial a construção e produção do conhecimento. Por isso, é fundamental que o professor seja mestre, aquele que sabe aprender com os seus alunos, porque são mais criativos, mais inovadores, porém, não com a sabedoria que os anos de vida outorgam ao mestre. É necessário adquirir a sabedoria da espera dos resultados da sua tarefa. A proposta pedagógica da escola, sem dúvida, faz parte do processo emancipatório, de cuja construção todos os envolvidos participam.

A LDB busca uma educação comprometida com o homem, com o indivíduo, independentemente de sua classe social ou cultura, de modo que possa ser dono e senhor do seu destino. Esta educação dependerá dos objetivos fins de cada instituição, como também dos profissionais que as integram no que se refere à dinâmica, ao empenho, às metodologias de ensino utilizadas, bem como ao aperfeiçoamento dos conhecimentos em suas áreas afins. A LDB pretende uma educação, uma escola e uma pedagogia que não ignorem ou rejeitem a história, a política e a cultura dos agentes do processo educativo, tampouco a sociedade em sua forma mais ampla.

3.6.3 Marco Doutrinal

O CAC norteia-se pela filosofia do “Aprender a Fazer Fazendo” e para isso existe o comprometimento de ensinar produzindo, produzir ensinando e participar valorizando, desta forma indo ao encontro da filosofia da Lei 9.394/96 (LDB). A proposta pedagógica da Instituição baseia-se na:

- ✓ Igualdade de condições para acesso e permanência no Colégio;
- ✓ Liberdade de aprender, ensinar, pesquisar e divulgar cultura, o pensamento, a arte e o saber;
- ✓ Respeito à liberdade e preço à tolerância;
- ✓ Gestão democrática do ensino, na forma da Lei;
- ✓ Garantia do padrão de qualidade;
- ✓ Valorização da experiência extra-escolar.

Para atingir seus fins, o Colégio propõe-se a desenvolver um trabalho cujos fundamentados sejam os princípios que respeitem as pessoas que estão envolvidas no processo ensino-aprendizagem, tendo em vista a formação do ser humano que seja capaz de participar da construção de seu próprio conhecimento. Entre estes princípios básicos destacam-se:

- ✓ Reconhecimento do interesse e necessidades de cada um;
- ✓ Aceitação, valorização, estímulo, orientação e desafio, para que o educando se torne agente de seu desenvolvimento;

- ✓ A disciplina consciente, entendida como organização pessoal e grupal, é indispensável para que aconteça a construção do saber;
- ✓ O relacionamento interpessoal, a proposta pedagógica, metodológica e filosófica é o que caracteriza a qualidade do processo ensino-aprendizagem;
- ✓ Criatividade, a fonte de livre expressão, nova forma de pensar, nova concepção de ensino, nova concepção de escola, interdisciplinaridade é que permitirão a consciência de que o rumo está certo;
- ✓ A auto formação participada, fundamenta-se na necessidade de um trabalho coletivo, em equipe e solidário;
- ✓ A avaliação permanente das etapas da aprendizagem é condição indispensável para o crescimento do processo ensino-aprendizagem.

A sociedade, portanto, procura os rumos a serem seguidos, os sinais de novas tendências e a visão mais clara das oportunidades na escola. E é da escola que devem surgir a ciência e a tecnologia, o saber organizado que abre as portas à discussão, o crescimento intelectual e a resolução de problemas.

3.6.4 Marco Operacional

O CAC propõe, através do diagnóstico em que são levados em consideração todos os aspectos, o desenvolvimento de uma gestão democrática com autonomia, responsabilidade, participação, comprometimento do ser humano, tendo como ponto de partida a filosofia do

Colégio e seus objetivos para com todos os setores da organização escolar, visando a unidade de ação, crítica e transformadora, que se concretiza na:

- ✓ Atualização de professores e funcionários;
- ✓ Instrumentalização de professores e funcionários quanto às suas atribuições e competências regimentais;
- ✓ Ação coerente com os valores e princípios educacionais presentes na filosofia do Colégio;
- ✓ Incentivo e bom termo dos projetos educacionais propostos;
- ✓ Proposta de planejamento participativo, momentos de estudos para a atualização e discussão de novas práticas educativas;
- ✓ Avaliação constante das atividades escolares, visando o aperfeiçoamento do processo;
- ✓ Implantação de novos projetos.

Também são modelos operacionais do CAC, vivenciar os princípios e valores que fazem parte da filosofia do Colégio, assim como uma nova estrutura curricular consolidada e constantemente aprimorada. A elaboração de diagnósticos permanentes da realidade escolar está alicerçada na busca de novas ações educativas que passam, necessariamente, pelo trabalho coletivo enfatizado na responsabilidade de todos os envolvidos no processo.

3.6.5 Plano Global

...a cultura geral representa aquilo que aproxima e une os homens ao passo que a profissão, muitas vezes, aquilo que os separa (...). Num Estado democrático, onde todo trabalhador é cidadão, é indispensável que a especialização não seja um obstáculo à compreensão dos mais vastos problemas e que uma ampla e sólida cultura geral libere o homem das estreitas limitações do técnico (Le

Plan Langevin-Wallon de Reforme de L'Enseignement, apud SILVA, 1998 : 119).

A busca permanente de uma educação de qualidade deverá permear o fazer pedagógico de todos os envolvidos e comprometidos com esse ideal. O aluno é o centro do processo ensino-aprendizagem e os professores são os agentes que contribuirão para a construção do saber. O CAC pretende contribuir para a formação de hábitos de preservação da natureza, respeito às leis e ao semelhante, conhecimento do País, da sua geografia, da sua história, da consciência dos direitos e dos deveres.

O Plano Global foi elaborado considerando-se a determinação regimental do CAC e da Coordenação de Ensino Básico (CEB/PREG) da Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), e as orientações emanadas pela legislação vigente no Brasil. Considerou-se, também, a necessidade de planejar as ações de forma que venham a acontecer de forma sistematizada; a busca do atendimento aos princípios previstos na filosofia do Colégio, a busca de alternativas para sanar as deficiências e necessidades diagnosticadas no decorrer do ano anterior; a análise do desempenho da direção e dos departamentos com suas respectivas coordenadorias, setores, corpo discente e a avaliação do Plano Global de 1999; a definição das prioridades do Colégio Agrícola de Camboriú para o ano letivo de 2000; a melhoria da qualidade do ensino ministrado pelo Colégio, possibilitando o lançamento de profissionais cada vez melhor qualificados no mercado de trabalho e as adequações às novas diretrizes educacionais emanadas pela Lei 9.394/96 (LDB), pelo Decreto 2.208/97 e pela Portaria 646/97.

3.7 Considerações Finais

Para que se concretize a educação é necessário que aconteçam mudanças e um dos principais objetivos da educação é ensinar a pensar de forma eficiente e crítica. Numa sociedade dinâmica como a nossa, que está constantemente em mutação, cabe ao professor desenvolver no educando a capacidade de pensar, de aprender, de saber construir-se, de questionar (e questionar também o que já foi aprendido), fazendo com que este mesmo educando se torne um ser criativo, inventivo e reflexivo.

O conhecimento contextualizado no avanço tecnológico, exige que o homem acompanhe essas transformações buscando aquisição de conhecimentos por descoberta a partir da ação, levando a um saber fazer ou por instrução (atualização/reciclagem), conduzindo o estudante a um saber, para que possa fazer parte do mercado de trabalho.

Em conformidade com o Parecer CNE/CEB nº 17/97, os Cursos Técnicos poderão ser organizados em módulos correspondentes a profissões no mercado de trabalho, tendo como exemplo Técnico em Agropecuária, Meio Ambiente, Informática e outros.

Cada módulo possibilita uma terminalidade, com direito a certificado de qualificação profissional, devendo contemplar, preferencialmente de forma integrada em cada componente curricular, as seguintes dimensões:

- ✓ competências teóricas e práticas específicas da profissão;
- ✓ conhecimentos gerais relacionados à profissão;
- ✓ atitudes e habilidades comuns a uma área profissional e ao mundo do trabalho.

Os módulos concluídos possibilitam:

- ✓ Um processo contínuo de qualificação, especialização e aperfeiçoamento profissional;

- ✓ Atendimento às necessidades do mercado de trabalho, por meio de formação diversificada e continuada;
- ✓ Desenvolvimento de uma formação permanente e flexível, capaz de oferecer diversas reiteradas oportunidades de realização individual e coletiva.

Diante da aspiração à universalização dos conhecimentos sem o desrespeito aos saberes locais, deu-se imagem à possibilidade de uma socialização rápida das informações e dos conhecimentos, proporcionando e sendo necessários a cada indivíduo do mundo a realização de todos os seus potenciais e desenvolvimento, haja visto que as novas tecnologias inseridas no mundo do trabalho estão provocando profundas transformações nos modos de produção, tornando cada vez mais plausível a possibilidade de liberação do homem do trabalho mecânico e repetitivo.

Se o homem parar, o desemprego afligirá milhões de pessoas em todo o mundo contemporâneo, pois a sociedade atual exige do profissional conhecimento, iniciativa, criatividade, afetividade, que resumidamente chama-se de competência/habilidade.

No capítulo que segue tratar-se-á da **Apicultura e sua Cadeia Produtiva**, sendo pré-requisito para a contextualização da interdisciplinaridade: "Apicultura x Matemática".

CAPÍTULO IV

A APICULTURA E SUA CADEIA PRODUTIVA

4.1 Histórico

A criação de abelhas em cativeiro, a apicultura, tem a sua cadeia produtiva embasada numa série de atividades que englobam desde os recursos disponíveis para o desenvolvimento da atividade, até os profissionais envolvidos no trabalho e o mercado consumidor.

Este capítulo, inserido na pesquisa que trata basicamente da Matemática enquanto ciência aplicada, é fruto de pesquisas efetuadas junto a pólos produtores e visa esclarecer os meandros desta atividade, que objetiva aplicar no cotidiano do homem estes importantes produtos energéticos e terapêuticos que são o mel, o pólen, a geléia real, a própolis e a apitoxina.

Estima-se que há pelo menos cinco mil anos o homem conhece o valor das abelhas e tenta encontrar as formas mais adequadas de se beneficiar do seu trabalho. Sua antigüidade faz com que apareçam notícias de mel em muitas civilizações que existiram através dos tempos. Nas covas paleolíticas de Bicorp e Dues Aigues, em Valência, na Espanha, existem as pinturas rupestres mais antigas do mundo que representam homens recoletando mel.

A primeira cerveja de que se tem notícia, foi elaborada misturando mel e água e deixando fermentar; esta bebida alcóolica proporcionava aos consumidores uma espécie de êxtase, denominado néctar do divino.

Em 1872 o explorador alemão Johan Ebers encontrou no Egito um rolo de papiro escrito 1500 anos a.C., que contém uma série de receitas contra diferentes enfermidades, no qual o mel figura como elemento principal entre os medicamentos prescritos.

Helmuth Wiese (1987) coloca que descobertas importantes, resultado de escavações dos arqueólogos, nos dão conta de que os povos primitivos do Egito criavam suas abelhas em potes de barro, dos quais se serviam também para armazenar o produto que, segundo afirma, foi descoberto num dos túmulos reais com a fabulosa idade de 3 mil anos.

Preciosos e autênticos documentos históricos, expostos no Museu de Berlim, autorizam afirmar que são os egípcios os pioneiros na criação de abelhas.

Os gregos, por sua vez, souberam valorizar no comércio e na literatura a utilidade do precioso inseto. Em escavações no Golfo de Salerno fizeram-se achados valiosos, sob o ponto de vista arqueológico, principalmente em relação aos usos e costumes da população grega primitiva. Várias das ânforas de aproximadamente 2000 anos apresentavam-se cheias de mel, em excelentes condições, embora bastante açucarado. Os gregos, embora guardassem mel em potes de barro, faziam as colméias de palha trançada ou de colmo, em forma de sino, como também o usavam os romanos. Do colmo precisamente é que veio o nome colméia.

O pioneiro da apicultura no Brasil, território com a maior reserva de matas do mundo, em perenes floradas e excelente clima, propício a uma abundância infinita de abelhas e mel, foi o Padre Antônio Pinto Carneiro, missionário da Companhia de Jesus no Rio Grande do Sul, que teve o privilégio exclusivo, por um período de dez anos, de importar abelhas da Europa e Costa da África, a partir do ano de 1839. Esta concessão foi feita por Dom Pedro II através do decreto n.º 72, de 12 de julho de 1839.

Outros autores afirmam que as primeiras abelhas teriam vindo com os Padres Jesuítas para as missões das margens do Rio Uruguai. Vieram da península Ibérica para o Paraguai e de Assunção foram levadas para os Sete Povos das Missões, provavelmente no século XVII.

4.2 A Produção

A Confederação Brasileira de Apicultura (1996), calcula que haja no Brasil cerca de 300 mil apicultores distribuídos, pela ordem, em Santa Catarina, Paraná, Rio Grande do Sul, São Paulo, Minas Gerais, Bahia e Piauí.

O mel, o pólen e a geléia real produzidos pelas abelhas são alimentos altamente nutritivos e Santa Catarina, segundo levantamento feito pelo IBGE em 1994 e apresentado no CD-Rom da AGRO2000: Instituto CEPA, figura como o principal Estado produtor de mel, alcançando, naquele ano, a marca de 3,9 mil toneladas, o equivalente a quase 30 por cento da produção brasileira. Apesar destes dados extra-oficiais, a produção do mel catarinense em 1991, por exemplo, ultrapassou a casa das 9 mil toneladas. Este grande potencial deve-se às modernas técnicas de manejo e incentivo ao pequeno agricultor, que encontra na apicultura fonte de renda alternativa às culturas tradicionais - que dependem do clima e do mercado regido pelas políticas governamentais para o setor.

Apesar das características de atividade secundária, a apicultura brasileira tem grande potencial de crescimento, calculado em 250 mil toneladas/ano. O consumo brasileiro, segundo Helmut Wiese (1995), ex-presidente da Confederação Brasileira de Apicultura, fica em torno de 60 mil toneladas, para uma produção média/anual de 45 mil toneladas. A diferença fica por conta das importações do produto, principalmente do Uruguai e da Argentina.

A produção do mel, inicialmente, depende de treinamento especializado. Os investimentos chegam a R\$ 500,00 para cada cinco caixas de abelhas (ou colméias). Enquanto os apicultores amadores conseguem uma média de 20 kg de mel por caixa/ano, os produtores/operários profissionalizados chegam a obter até 50 kg por caixa/ano - embora esta média possa subir para 75 kg/caixa/ano, a partir de manejo mais eficiente (alimentação durante o inverno, alimentação estimulante da rainha e a troca periódica da abelha rainha).

4.2.1 Os produtos

O **mel**, segundo definição da Organização Mundial de Saúde (FAO/OMS), é uma substância doce resultante do processamento, pelas abelhas melíferas, do néctar das flores e das secreções de plantas. O mel é armazenado nos favos e coletado periodicamente pelos produtores.

SILVA(1997:6), cita que:

A grande quantidade de hidratos de carbono, principalmente glicose e frutose, faz do mel um alimento energético de grande qualidade. É importante recordar que para serem absorvidos, os hidratos de carbono se transformam em açúcares simples como são a glicose e a frutose.

A ingestão de mel permite uma alimentação imediata e intensiva de todo o sistema muscular, especificamente o do coração, através da glicose. Por outro lado, a frutose é um elemento de absorção digestiva lenta, que se armazena no fígado na forma de glicogênio para ser utilizada quando o organismo necessitar. Por estes motivos, é uma fonte energética muito indicada para os atletas.

É importante para o desenvolvimento infantil, pois além da absorção rápida da glicose, o mel não provoca fermentação, diminuindo as cólicas e ajuda na assimilação do cálcio e magnésio.

Através dos tempos, o mel tem sido empregado como remédio para a saúde, ou consumindo-o ou aplicando-o externamente. Muitos autores defendem a teoria de que o mel tem as propriedades medicamentosas das plantas de que provem. Isto, porém, não está totalmente comprovado, muito embora é certo que se tem encontrado substâncias farmacologicamente ativas em alguns méis.

Uma propriedade plenamente reconhecida do mel é o seu poder anti-séptico que unido ao poder demulcente, fazem com que seja um excelente cicatrizante e protetor de pele, sendo muito empregado topicamente em queimaduras e feridas.

As suas propriedades anti-sépticas provém da presença de ácido orgânico, por exemplo, o ácido fórmico e principalmente da peroxidase, formada a partir da glicooxidase. Por ação da peroxidase, forma-se oxigênio nascente que impede o desenvolvimento de bactérias e bacilos.

Pela ação desta enzima e pela sua grande osmoralidade, o mel com baixa umidade está sempre isento de bactérias.

A frutose do mel é o açúcar melhor tolerado pelos diabéticos e também agiliza o metabolismo do álcool em pacientes com intoxicação alcoólica. Outra propriedade do mel é seu poder laxante suave.

Para produzir um quilograma de mel, as abelhas de uma colméia têm de voar cerca de 40 mil quilômetros, ou seja, a distância aproximada de uma volta ao redor da Terra. Isso tudo numa área que não ultrapassa o raio de 1,5 quilômetro em torno da colméia. Nesse vaivém, elas coletam o néctar, suco adocicado das flores, que irá dar origem ao mel. O néctar é um alimento energético, e o pólen, protéico. A mistura de um com o outro resultam no que os apicultores chamam de **pão de abelha**, seu alimento.

Quadro 3 - As equivalências do valor nutricional do mel.

UM QUILOGRAMA DE MEL EQUIVALE A:
4,2 Kg de uva
2,6 Kg de peixe fresco
1,4 Kg de carne suína
1,2 Kg de pão
5,5 Kg de maçã
5,6 l de leite
1,6 Kg de carne bovina
780 g de queijo
50 ovos
25 bananas
40 laranjas

Fonte: THIEL (1998: 24).

Já a **geléia real**, que tem altíssimo valor nutritivo e alcança excelentes preços no mercado, é uma substância energética formada pelas glândulas faríngeas (secreção clara) e das glândulas mandibulares (secreção branco leitosa) das abelhas nutrízes de 5 a 15 dias de idade.

Sua composição é muito variada e depende da região de produção e do período de colheita.

A geléia real da qual as larvas das obreiras se alimentam, é mais fluida e apresenta maior quantidade de pólen do que a geléia real fornecida à larva de rainha - símbolo de fecundidade, que não trabalha como as operárias e é responsável pela multiplicação do enxame. Por este motivo, a geléia real deve oferecer altas quantidades de nutrientes para suprir as necessidades energéticas da rainha.

Possui coloração branca leitosa, sabor e odor forte e ácido, e consistência cremosa. De sua composição, sabe-se que possui água, açúcares, proteínas, lipídios, carboidratos, aminoácidos, vitaminas, hormônios, enzimas e substâncias minerais, sendo o alimento de origem animal mais rico em ácido pantotênico (vitamina B₅). A geléia real, para manter suas características, deverá ser guardada à temperatura entre 2°C a 5°C.

É considerada um dos melhores estimulantes biológicos, com ação energética e regeneradora. Recomenda-se para convalescentes de quaisquer doenças, para melhoria das faculdades de associação e de coordenação e para incrementar o metabolismo celular.

Seu uso no tratamento geriátrico é muito eficaz, especialmente para mulheres na menopausa, como preventivo de osteoporose e no tratamento da síndrome do climatério quando homens e mulheres, por disfunções endócrinas, apresentam sintomas de irritabilidade, dores nas costas, vertigem e cansaço, melhorando inclusive o desempenho sexual.

A dose diária indicada para tratamento é de 0,5 a 1,0 g/dia.

O método ideal para tomar Geléia Real consiste em colocar debaixo da língua, em jejum, a quantidade desejada. Desta forma, sua assimilação será rápida, sem sofrer a ação do suco gástrico. A Geléia Real "IN NATURA" se decompõe facilmente e, por isso, deve ser conservada congelada no freezer.

Já o **pólen** é o gameta masculino das plantas responsável pela fecundação das flores. Por ser rico em proteínas e vitaminas, é coletado pelas abelhas para a sua nutrição.

Há na natureza 22 aminoácidos essenciais ao organismo humano e somente um alimento conhecido que contém estes 22 aminoácidos: *o pólen*.

Seu sabor é característico e sua coloração varia conforme as flores de onde provém. Ainda contém sais minerais, açúcares, água e pigmentos.

O pólen, além de ser a fonte de proteína que as abelhas necessitam, é um fortificante natural, recomendado para a melhoria do estado geral do organismo humano, especialmente para: esgotamento físico e mental; estimulante das imunidades e do crescimento; prevenir arteriosclerose e hipertensão; coadjuvar em tratamentos de impotência e astenia sexual, de próstata e em convalescenças em geral.

A produção do pólen é mais restrita no Brasil e há poucos apicultores que se dedicam a ela, haja vista as exigências tecnológicas e o mercado restrito. Já o própolis é uma substância que ganhou o mercado e tem larga aplicação na área da saúde. Conhecido também como o “antibiótico das abelhas”, é usado pelas abelhas como proteção contra os inimigos, na limpeza dos favos e, principalmente, como uma massa que, junto com a cera, ajuda no isolamento da colméia, protegendo-a das intempéries e dos agentes externos.

Quanto ao veneno, causa muita dor na picada e o volume equivalente a 500 ferroadas pode até levar uma pessoa à morte. Mas o veneno da abelha tem sido pesquisado como remédio para doenças de pele, hipertensão arterial e outros males.

Os favos das colméias, matematicamente construídos pelas inteligentes abelhas, também são unidos com própolis - que os mantém firmes como se fosse uma argamassa.

A **própolis** é uma substância resinosa (pastosa) proveniente de certas plantas, processada e enriquecida com enzimas das abelhas. É mais escura e dura do que a cera e é usada para vedar as frestas da colméia.

Serve ainda para a higiene das abelhas campeiras e como uma espécie de mumificador de abelhas mortas, por seu alto poder bactericida. Por isso, logo após nascer uma abelha, as faxineiras fazem uma assepsia com própolis no favo que será utilizado para a nova postura.

Atualmente, as indústrias química e farmacêutica são os principais “clientes” dos apicultores no que se refere à própolis. Uma das aplicações desta substância é a *propolina*, utilizada, principalmente, na forma de *spray*, em infecções das vias respiratórias.

Para uso humano e até em medicina veterinária, suas propriedades terapêuticas têm se mostrado com ação efetiva como estimulante do sistema nervoso, cicatrizante, anestésico, bactericida, anti-séptico e regenerador da flora natural do organismo e em queimaduras.

A **cera** é a secreção produzida pelas glândulas ceríferas das operárias engenheiras para a construção dos favos e na vedação das colméias.

É composta de elementos com ação bacteriostática para a colméia, de alcoóis, ácidos graxos, de ésfere, de hidrocarbonetos e vitamina A. Ela é muito utilizada nas indústrias química calçadista, farmacêutica e na fabricação de produtos artesanais, entre outras aplicações, porém, os produtores evitam retirar muita cera das colméias, já que para produzirem um quilo de cera as abelhas precisam ingerir e processar de seis a sete quilos de mel.

Diante desta constatação e tendo em vista a economia de mel no processo de produção das operárias, muitas vezes os apicultores optam pela compra de quadros com alvéolos já prontos.

4.2.2 O Veneno de abelhas - apitoxina

O veneno de abelhas, também conhecido como apitoxina (do latim apis - abelha e toxikon - veneno) é produzido por uma glândula de secreção ácida e outra de secreção alcalina que existem dentro do abdômen das abelhas operárias.

Veneno, por definição, é aquela substância orgânica ou inorgânica que produz no organismo humano ou animal, um efeito nocivo que pode ser temporário, permanente ou fatal. No entanto, este mesmo veneno, em doses terapêuticas, pode ter uma ação benéfica.

A sua constituição química estabelecida até o momento descreve mais de 40 frações em inúmeras propriedades biológicas.

Segundo SILVA(1997:8), descreve que:

A metilina, a maior fração da apitoxina, demonstrou ter uma ação bloqueadora da produção de superóxidos em neutrófilos humanos, que é o principal mecanismo envolvido na destruição celular decorrente de um processo inflamatório.

A apamina, outra fração da apitoxina, através do bloqueio dos canais de potássio, ativa a produção de corticóides que é um potente anti-inflamatório fisiológico.

Em resumo, apesar de não se conhecer perfeitamente todo o mecanismo de ação, a apitoxina tem ação anti-inflamatória e analgésica e tem demonstrado grande eficácia no tratamento de doenças reumáticas, tem ação hipotensora e anticoagulante.

O uso de apitoxina deve ser supervisionado por profissional habilitado. A apitoxina é contra-indicada para pacientes com insuficiência cardíaca, pois a metilina tem efeito cardiotoxico.

4.2.3 A Polinização dos vegetais

As abelhas, há mais de 100 milhões de anos, cumprem o trabalho de visitas às flores e retorno à colméia, fato que acontece e se repete em toda a parte e a qualquer hora, exceto quando chove ou à noite, quando se recolhem.

Nesse vaivém entre flores das plantações ou da vegetação natural, elas acabam desempenhando outra importante função, que os cientistas denominam polinização (fecundação) cruzada, processo pelo qual o pólen da flor de uma planta é levado à de outra planta da mesma espécie e que garante a multiplicação, o vigor e a fertilidade de inúmeras espécies vegetais, com óbvios reflexos nas cadeias alimentares.

O apicultor Antonio Carlos Meda (1995), proprietário da Apis Flora, empresa que comercializa 30 produtos, afirma que foram necessários milhões de anos para que a natureza desenvolvesse os sistemas que permitem às flores atrair as abelhas e assim possibilitar que elas levem o pólen de uma para outra. Sua empresa adota a chamada apicultura migratória.

Salienta-se que a migração auxilia tanto o produtor de mel quanto o produtor rural.

Os benefícios da polinização cruzada feita pelos insetos (e até por pássaros e mamíferos como morcegos) e da qual as abelhas são as maiores especialistas, são inegáveis.

Sabendo desta atividade espontânea das abelhas sobre os vegetais, vários setores da agricultura estão instalando colméias dentro de suas áreas de cultivo, buscando elevar seus índices de produtividade e qualidade. Dentre estes setores agrícolas, segundo HEINIG (1997: 10), destacam-se:

A fruticultura que, no caso de Santa Catarina, a cultura da Maçã é a que mais utiliza abelhas para polinização, por estas garantirem a qualidade e a produtividade de seus pomares. Estima-se que no ano de 1997, mais de 25.000 colméias foram utilizadas só em polinização de pomares de maçã. A grande maioria destas colméias são locadas pelos pomicultores a um custo médio de US 20,00/colméia durante o período da florada da maçã.

A olericultura, principalmente as curcubitáceas, por melhorarem a qualidade dos frutos e por elevarem a produção em 100% , como é o caso do pepino e da abóbora.

As lavouras de grãos, em especial a soja, com acréscimo de até 29% no volume de produção e o girassol, altamente dependente de polinização entomófila .

Além da polinização dirigida para o interesse agrícola, há a polinização das demais espécies visitadas pelas abelhas, principalmente as essências nativas, as quais terão maior produção de frutos e sementes, contribuindo muito para a preservação destes vegetais e para a oferta de alimentos aos animais silvestres.

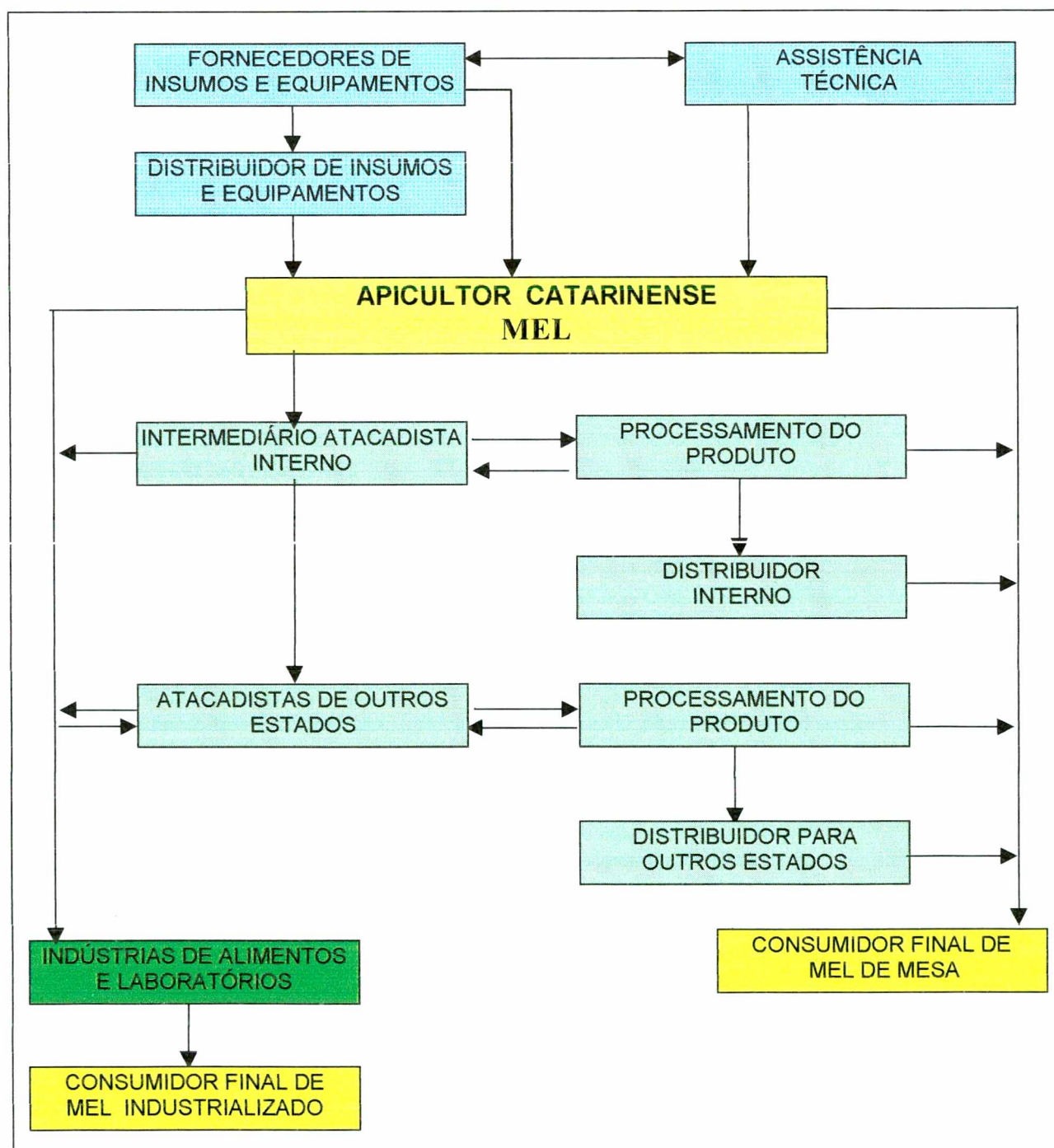
Estima-se que as abelhas consigam perpetuar entre 50% e 80% das espécies vegetais de todo o planeta.

Sem a polinização cruzada, os vegetais ficariam por conta da autofecundação, com a conseqüente degeneração da espécie e a perda da capacidade reprodutiva, diminuindo assim a produção de frutas ou outros alimentos. Antonio C. Meda (GLOBO RURAL, 1995 : 29),

“estima que a instalação de colméias aumenta em até 35% a produção de laranjas, 45% a de algodão, 9% a de milho, 80% a de soja e a incrível cifra de 800% a de abacate”.

O apicultor Paulo Gustavo Somé (1995), produtor no estado do Paraná com cerca de 400 caixas, afirma que 95% das maçãs são produzidas com a polinização feita pelas abelhas.

Figura 3 - Fluxograma relativo à produção apícola



4.3 Os Grupos de Interesse e o Coordenador da Cadeia

Entre os principais agentes relevantes que, de alguma forma, mantêm interação com a cadeia produtiva, podem ser citados os fabricantes e revendedores de insumos, máquinas e equipamentos, os apicultores, os agropecuaristas em geral (fruticultores, olericultores e outros); os intermediários e distribuidores; as indústrias alimentícias, químicas e farmacêuticas; os varejistas (casas de mel, padarias, supermercados, etc) e os consumidores.

A cadeia produtiva da apicultura, atualmente, é coordenada pelo produtor. Através de suas associações e eventos realizados, há uma certa discussão sobre os problemas do setor e tomadas de posições de ordem técnica e política.

O atacadista ainda tem uma participação muito relevante nesta atividade, principalmente de ordem econômica, embora não lidere a cadeia produtiva. Tem a capacidade de especular e manipular os preços dos produtos, principalmente o mel, em função de conhecer as sazonalidades dos níveis de oferta e demanda.

As associações de apicultores catarinenses (em torno de 50) estão centralizadas administrativamente na Federação das Associações de Apicultores de Santa Catarina (FAASC), deixando a desejar, principalmente quanto à pouca participação do produtor nas ações da associação, desvirtuando em parte a real finalidade da entidade que não consegue atingir seus objetivos numa efetiva organização da produção, processamento e comercialização, a ponto de garantir melhores mercados e preços para o mel. É deficiente, também, na organização para a aquisição de insumos e de materiais e inclusive na organização política dos cerca de três mil apicultores catarinenses. Uma melhor atuação da entidade poderia dar maior garantia à classe.

Hoje, numa concepção mais nobre, deveria existir cooperativismo agindo na produção apícola, pois estaria atuando como mecanismo de intermediação, antes e depois, da abrangência da produção apícola.

4.3.1 Estádio de agregação de valor aos produtos - atores, suas funções e procedimentos pós-colheita.

Os apicultores, em sua maioria, por não possuírem estrutura para processar a produção (filtros, decantadores, descristalizadores, embaladores), praticamente não beneficiam os produtos na propriedade.

Alguns poucos apicultores possuem infra-estrutura básica para extração, decantação e envase do mel na propriedade, possibilitando a venda direta ao consumidor e assim agregando valor ao seu produto. Nestes casos, há um ganho superior a 50% no valor final do mesmo.

Nos demais casos, os apicultores somente extraem o mel na propriedade, embalando-o em latas e tambores para venda a granel aos intermediários, sendo parte beneficiada por eles mesmos e outra destinada às indústrias de alimentos e laboratórios, geralmente aqueles de menor preferência pelo consumidor ou aqueles que foram desqualificados pela inspeção sanitária para consumo de mesa. Estes intermediários podem ser simples atravessadores ou então processadores de mel, como entrepostos ou cooperativas.

Os processadores de mel, de posse do produto a granel, irão beneficiá-lo (descristalizar, decantar, filtrar, embalar e rotular) e distribuí-lo direta ou indiretamente ao consumidor.

Com a implantação do código do consumidor e a exigência do registro do serviço de inspeção nos alimentos comercializados, o número de estabelecimentos para processamento de mel vêm aumentando de ano a ano em SC.

4.3.2 Safras de mel

Desde 1987, a produção de mel em Santa Catarina vem vivenciando crescimento, com raros casos de queda (tabela 1). De acordo com o Censo Agropecuário 1995-1996 do IBGE (1998 : 299), o estado de Santa Catarina produz anualmente cerca de 3.800 toneladas de mel, representando 21% do total nacional. Contudo, através de informações recentes (outubro/1999), obtidas junto à FAASC (Fundação de Assistência ao Apicultor de Santa Catarina), a produção de mel de Santa Catarina atinge cerca de 9.000 toneladas anuais. Mais de 30.000 apicultores dedicam-se à atividade, possuindo um total de 325.000 colméias instaladas. A oferta e a importação são alguns fatores que contribuem diretamente para as variações nos índices produtivos. A colheita catarinense ocorre, principalmente, na época das floradas, ou seja, nos últimos quatro meses do ano. Por este motivo, a oferta tem maior concentração entre os meses de novembro e maio; já a demanda tem pique nos meses de inverno (junho e agosto), com uma variação de preços em torno de 50%, tanto em nível de produtor quanto de consumidor.

O estado de Santa Catarina sempre se destacou nacionalmente na produção de mel, estando sempre em primeiro lugar.

Tabela 1 - Produção apícola (em Kg) nas microrregiões de Santa Catarina

<i>Microrregião</i>	1994	1995	CENSO 1995-1996
Araranguá	109.230	161.460	90.000
Blumenau	37.969	38.716	97.000
Campos de Lages	660.280	418.050	801.000
Canoinhas	465.100	460.400	363.000
Chapecó	149.438	191.369	289.000
Concórdia	29.135	33.080	222.000
Criciúma	763.504	693.220	291.000
Curitibanos	93.700	91.870	140.000
Florianópolis	187.100	177.450	26.000
Itajaí	14.190	11.200	2.000
Ituporanga	56.000	60.000	48.000
Joaçaba	209.900	185.620	298.000
Joinville	28.100	18.300	21.000
Rio do Sul	254.586	212.529	106.000
São Bento do Sul	40.000	24.900	59.000
São Miguel do Oeste	73.950	204.000	343.000
Tabuleiro	396.000	427.500	152.000
Tijucas	173.200	176.280	112.000
Tubarão	163.095	151.865	213.000
Xanxerê	87.665	99.952	135.000
Total	3.992.142	3.837.781	3.808.000

Fonte: SC-AGRO 2000; Instituto CEPA (2000: 107).

A confederação Brasileira de Apicultura classifica o bloco do Centro Sul envolvendo os estados de Rio Grande do Sul, Santa Catarina, Paraná, São Paulo e Mato Grosso do Sul, ressaltando-se que 40% da produção do mel nessa região é comercializada informalmente.

Tabela 2 - Produção de mel (em mil toneladas) na região Centro Sul do Brasil

ANO	BRASIL	% do SUL	SC	RS	PR
1985	28,0	60,7	5,1	4,7	4,4
1986	31,0	61,2	6,1	4,8	4,8
1987	30,5	57,3	4,8	4,6	4,9
1988	35,0	51,4	4,7	4,1	4,6
1989	37,0	62,0	8,0	6,0	5,0
1990	37,5	58,6	5,8	5,5	5,6
1991	36,2	50,5	5,6	4,8	5,0
1992	38,5	53,0	5,4	5,0	5,6
1993	39,0	61,0	6,8	5,6	6,5
1994	36,5	62,0	6,9	4,8	6,0
1995	34,5	69,0	8,2	5,8	7,6
1996	35,0	68,0	7,0	4,5	6,0
1997	28,0	57,0	4,0	3,8	3,6
1998	25,0	58,8	3,7	3,8	3,1
1999	27,8	58,1	3,7	4,0	3,2

Fonte: Confederação Brasileira de Apicultura (CBA), 2000.

Tabela 03 - Consumo de mel em determinados países:

PAÍS	CONSUMO “per capita” Kg/ano (1986)
Suíça	1,974
Alemanha Ocidental	1,200
Canadá	1,000
Estados Unidos	0,967
Austrália	0,800
Rússia	0,600
Japão	0,300
Argentina	0,200
Brasil	0,200
China	0,100
México	0,100

Fonte: STONOGA, 1990 e FUNEP/UNESP, 1996.

4.3.3 Perdas ocorridas na produção, entre a colheita e a comercialização

As perdas *no processo produtivo* são inerentes ao clima e ao manejo. Períodos contínuos de chuva durante as floradas impedem as abelhas de realizar o trabalho de coleta de alimento (mel e pólen), forçando-as a consumir os estoques da colméia para a manutenção da família. Tais situações podem provocar quebras de produção superiores a 50%.

Com relação às perdas decorrentes do manejo, pode-se afirmar que os apicultores colhem em torno de 50% menos mel pela não adoção de técnicas modernas de apicultura, apesar de saberem da sua existência. Acredita-se que a resistência à adoção destas técnicas esteja relacionada à não comprovação, em nível de extensão, dos resultados possíveis de serem alcançados.

Segundo HEINIG (1997: 21), pode-se relacionar algumas técnicas que podem garantir aumento de produção, tais como:

- ✓ *Substituição de rainhas com 2 anos ou mais por rainhas jovens e selecionadas;*
- ✓ *Alimentação de inverno, que garanta a sobrevivência da colméia durante o período;*
- ✓ *Alimentação estimulante, que provoque o crescimento da colméia, preparando-a para as principais floradas.*

Já as perdas entre *colheita e comercialização* são poucas, mas ocorrem. Elas podem ter origem na produção, na armazenagem ou no processamento do mel. Quando a origem das perdas é a produção, significa que o mel colhido estava com índice de umidade acima de 19%, resultando na sua fermentação durante o armazenamento.

Em nível de armazenamento, além das perdas com origem na colméia, também pode ocorrer oxidação e fermentação do mel decorrentes da qualidade da embalagem utilizada. Neste caso são embalagens que não fecham hermeticamente, permitindo a entrada de ar e

umidade ou, ainda, embalagens de metal com falhas no revestimento interno de verniz sanitário, permitindo o contato direto do mel com o metal.

No processamento é comum a descristalização do mel, a fim de permitir sua filtração e fracionamento. A descristalização é realizada sob tratamento térmico e, caso a temperatura e o tempo de aquecimento não sejam controlados, irá ocorrer a elevação dos índices de Hidroximetilfurfural, desqualificando este mel para o consumo de mesa.

4.4 A Influência do Meio Ambiente

A análise dos fenômenos naturais inerentes ao meio ambiente é muito importante na apicultura, tendo em vista a possibilidade de se fazer previsões e avaliar a correlação entre as variáveis que interferem nestes fenômenos - clima, condições meteorológicas, poluição, propriedades do ecossistema. YOUSSEF(1995) entende que um exemplo clássico é a análise do crescimento e do controle de populações de determinadas espécies de abelhas.

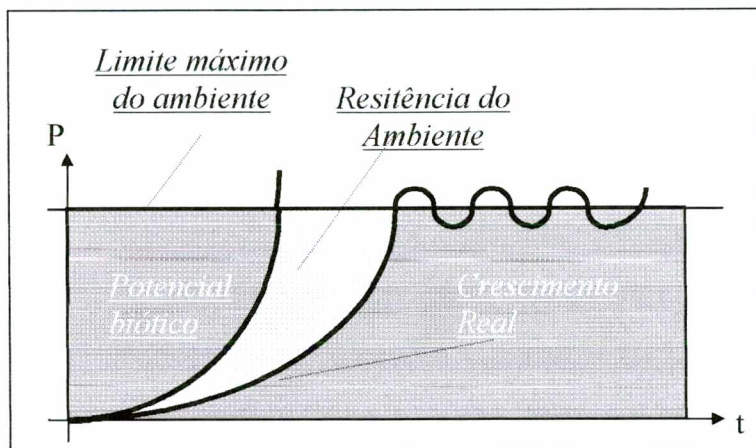
Essa análise pode ser realizada através do esboço de um gráfico que relaciona o número **P** de indivíduos da população com o tempo **t**. O crescimento real da população de determinada espécie depende, basicamente, de dois fatores: o potencial biótico e a resistência do meio.

O potencial biótico é a sua capacidade de crescimento em condições ideais, tendo em vista que as diversas espécies de abelhas têm potenciais bióticos diferentes. Já a resistência do meio é o conjunto de variáveis, como suprimento alimentar, competição entre indivíduos da mesma espécie, ação de predadores, parasitas e as condições do meio ambiente.

Sempre que o número de indivíduos de uma população se aproxima do limite máximo que o ambiente pode suportar, há, em contraposição, um aumento proporcional da resistência

do ambiente. Ao atingir o limite máximo do ambiente, o crescimento tende a atingir o equilíbrio.

Figura 4 - Gráfico ilustrativo do crescimento e controle de uma população apícola



Fonte: YOUSSEF (1995 : 107)

4.4.1 A abelha em Santa Catarina

A abelha que predomina em terras catarinenses, a exemplo do que ocorre na maior parte do Brasil, é um híbrido - fruto do cruzamento de raças européias e africanas, popularmente chamada de abelha africanizada. Esta abelha é bastante trabalhadora e resistente a pragas.

Sua procriação é facilitada, também, pelas características da topografia acidentada do Estado, a qual acaba preservando grandes áreas de mata nativa e propiciando as atividades destas operárias. O clima também é favorável às colméias, principalmente após o inverno.

4.5 Projeções

Segundo dados estatísticos (CNPq/EMBRAPA/FINEP,1984), o Brasil, um dos maiores produtores de mel no mundo, tem uma reserva floral com capacidade para produzir até 280 mil toneladas de mel/ano, a partir da instalação de oito milhões de colméias. A meta até 2005 é alcançar 120 mil toneladas/ano de mel, a partir da implantação de um programa que respeite as condições produtivas de cada região.

Segundo Wiese (1995), em todo o mundo a produção de mel varia entre 900 mil e 1,1 milhão de toneladas de mel/ano. Em Santa Catarina, apesar da saturação das pastagens apícolas, a partir de programa que envolva incentivos governamentais e apoio da iniciativa privada, vem sendo projetada uma produção anual de 15 mil toneladas, o que seria possível através de um plano integrado entre os apicultores, o governo e a iniciativa privada.

Nos países mais desenvolvidos, como o Canadá, a Alemanha e a Suíça, o consumo de mel per capita atinge níveis altos, variando entre 1 e 1,9 kg/ano. Nesta lista (FUNEP/UNESP, 1996), o Brasil aparece em nono lugar, com 200 g/percapita/ano, empatando com a Argentina. Conforme os dados da Confederação Brasileira de Apicultura (2000) o Brasil passou de 17º lugar no ranking (1970) para o 5º lugar (1993) referente à produção de mel.

4.6 Tecnologia e Qualidade

O mel chamado de mesa é o campeão de consumo, por ser apresentado em sua forma mais natural possível - passando por processamentos básicos, como a filtragem. O processo de pasteurização do mel sob pressão garante mais qualidade ao produto, exemplo do que ocorre

com a Argentina e Uruguai. Já o mel industrializado, que passa por processos diferentes, perde qualidade e tem preço mais baixo no mercado.

Os consumidores de produtos naturais geralmente têm cuidados maiores na compra do mel. Muitos temem pela qualidade e acabam optando por um ou dois fornecedores apenas, os quais atestam e garantem a procedência, quando esta não é atestada pelos serviços federal (SIF), estadual (SIE) ou municipal (SIM) de inspeção de produtos de origem animal. O mel de boa qualidade, além da pureza, deve ter preservadas suas características físico-químicas, o que vai depender do método de processamento, incluindo a higiene. Os processadores também separam-no por coloração, sabor e origem floral. Os méis mais apreciados são os de sabor suave e cor clara, geralmente os mais caros.

A pesquisa científica no setor apícola nacional ainda é discreta em relação aos países mais desenvolvidos. Os trabalhos voltados à produtividade, qualidade, custo de produção e mercado são poucos. Em Santa Catarina os trabalhos científicos nesta área podem ser considerados embrionários. O aumento na produção, a aplicação de tecnologia de ponta e o aprimoramento da qualidade na produção do mel catarinense passam, necessariamente, pela qualificação técnica dos produtores.

4.7 Competitividade

Os apiários catarinenses, desde o advento do Mercado Comum do Sul (Mercosul), têm convivido com as políticas de livre negociação entre os países-membros. Mas, enquanto na Argentina e no Uruguai o governo incentiva a exportação, no Brasil o produtor de mel paga impostos cada vez mais altos tanto para produzir quanto para comercializar as safras. O

resultado é uma concorrência que pode ferir de forma mortal o processo, sendo as principais vítimas os pequenos produtores.

Outro fator que merece destaque neste processo competitivo do mel no Mercosul é a colheita média dos argentinos e uruguaios que chega a 40 kg/ano por colméia, enquanto no Brasil a média não ultrapassa os 25 kg. O produtor nacional, diante desta realidade, deve buscar qualificação do mel brasileiro, garantindo sua naturalmente boa qualidade orgânica, mantendo a pureza e investindo em campanhas de valorização da produção interna. O governo, por sua vez, deve apostar nas barreiras sanitárias para restringir a entrada do mel estrangeiro, impondo ao produto importado as mesmas regras que são exigidas aqui, a exemplo do que já ocorre com a carne e com o leite.

4.8 Os Papéis na Colméia

Na colméia, cada habitante tem suas atividades bem definidas, dentro dos grandes grupos que são as operárias (que nascem de ovos fecundados pela rainha), os machos e a rainha. As operárias são maioria e compõem mais de 90% da população. São as fêmeas, estéreis, que variam entre 50 e 80 mil, as encarregadas de executar quase todo o trabalho da colméia. Elas nascem de ovos fecundados pela rainha e sua vida é curta, raramente ultrapassando 42 dias de vida. Após três minutos de vida, as operárias já começam a trabalhar. Cuidam da limpeza e da nutrição das larvas menores, que são alimentadas cerca de 1.300 vezes por dia. Após esta fase inicial, conhecida como a fase da “faxineira”, as operárias passam a alimentar a rainha e as crias. Quando desenvolvem as células “ceríferas”, responsáveis pela produção de cera, passam a ser chamadas de “engenheiras” e partem para a fabricação dos favos.

Com o fortalecimento das asas, passam a cuidar da ventilação no interior da colméia, cuja temperatura deve se manter constante, entre 33°C e 36°C. Com o amadurecimento, as operárias

são promovidas a “guardiãs” - que protegem a colméia dos ataques dos inimigos e “coveiras” que desmancham as abelhas mortas e as levam para fora. O posto mais alto que uma operária atinge na colméia é o de “coletora”, quando atinge o pleno desenvolvimento do seu senso de orientação e passa a coletar o néctar nas flores. Vale lembrar que toda esta hierarquia ocorre, geralmente, dentro do período médio de vida das operárias, que é de 42 dias.

Constata-se que a abelha operária é responsável pela execução de todos os trabalhos dentro e fora de colméia, realizados instintivamente com a idade:

- **Abelhas Operárias Faxineiras:** do 2º ao 3º dia - fazem a limpeza dos favos de toda a colméia, aquecem os ovos e larvas.
- **Abelhas Operárias Babás:** do 4º ao 12º dia - fazem a preparação da alimentação para as larvas, produzem a geléia real e cuidam da criação e de novas rainhas.
- **Abelhas Operárias Engenheiras:** do 13º ao 18º dia - produzem a cera, constroem favos e puxam realeiras para a criação de uma nova rainha.
- **Abelhas Operárias Guardiãs:** do 19º ao 20º dia - ficam no alvéolo defendendo a colméia.
- **Abelhas Operárias Campeiras:** do 21º ao 38º/42º dia - fazem serviços de coleta de néctar, pólen, própolis e água.

Quadro 4 - Ciclo evolutivo das três castas

CASTA	OVO	LARVA	PUPA	TOTAL	VIDA
	(período)				ADULTA
Operária	3 dias	6 dias	12 dias	21 dias	38-42 dias
Rainha	3 dias	5 ½ dias	7 ½ dias	16 dias	2-5 anos
Zangão	3 dias	6 ½ dias	14 ½ dias	24 dias	80 dias

Fonte: WIESE (1974:59)

4.8.1 A Soberania da rainha

A rainha, caso não se alimentasse desde a fase larval com geléia real e caso não se desenvolvesse num berço mais amplo, seria uma operária como as demais. A substância produzida a partir do mel pelas glândulas salivares da operária é muito rica em vitaminas, proteínas e hormônios sexuais. Por este motivo, afirma-se que a geléia real é a verdadeira responsável pela longevidade da soberana da colméia, que pode atingir cinco anos de vida e ter o dobro do tamanho e do peso das operárias.

A rainha é também conhecida como uma máquina de botar ovos, chegando à marca de três mil ovos/dia, fruto da fecundação por até 20 zangões (abelha macho) durante o vôo nupcial. Este vôo, que inicia a partir do nono dia de vida, ocorre em dias ensolarados e sem ventos fortes. A rainha, então, voa cada vez mais alto e mais rápido para que apenas os zangões mais fortes possam alcançá-la. É uma forma da natureza selecionar os melhores pais da nova colméia.

No vôo nupcial, seu corpo libera hormônio sexual capaz de atrair todos os zangões da vizinhança, que podem sentir atração até 11 quilômetros de distância, por meio das 30 mil cavidades olfativas que possuem nas antenas. Todos os zangões que fecundam a rainha morrem em seguida, pois perdem parte de seus órgãos (vísceras) e os que não fecundam, não retornam mais à colméia, perdendo-se por não ter resistência para voltar após a tentativa de fecundação da rainha. A rainha, por sua vez, armazena na espermateca, um órgão do seu abdômen, cerca de 25 milhões de espermatozóides.

Quando a rainha voltar à colméia, após o seu vôo nupcial, entre 3 a 5 dias da fecundação, ela inicia a postura. A partir de então, a rainha mãe seleciona parte da colméia, ocorrendo a perpetuação da espécie (formação de um novo enxame). Os ovos não fecundados é que dão

origem aos zangões. Todos os outros, que recebem os espermatozóides, serão responsáveis pela origem das operárias ou de uma nova rainha.

Quando uma rainha morre acidentalmente, as operárias imediatamente preparam diversas “realeiras”, nas quais as larvas são alimentadas com geléia real. A primeira rainha que nasce, no entanto, usa seu ferrão, que pode ser usado quantas vezes for necessário, para matar as larvas que dariam origem a outras rainhas. Na colméia só há lugar para uma soberana. Pode-se conhecer a idade da rainha pela densidade dos pêlos, ficando mais ralos com a idade.

4.8.2 A Dança das abelhas

A comunicação sendo definida como a transferência de informação de um animal para outro, envolve um sistema de reações físicas e químicas no organismo. Muitas vezes é de tal complexidade, deixando o homem incapaz de interpretar o significado de certos sinais, movimentos ou sons de certos animais.

A informação pode ocorrer e ser transmitida através de:

- ✓ Sinais químicos (odor, feromônios);
- ✓ Movimentos do corpo (corridas, danças);
- ✓ Emissão de sons, de vibrações, de luz, ...

Segundo biólogos e apicultores, a comunicação entre os insetos pode ser usada para atração sexual, atração das rainhas pelas operárias, para agregação, informação de perigos ou para informar sobre uma fonte de alimento, de barro, cera ou água.

Ao descobrir uma região de florada abundante, a abelha chamada de “batedora” enche a barriga e voa de volta à colméia para contar a novidade às companheiras. A este comunicado

segue-se uma infinidade de movimentos zunidos, cuja dança dará orientação às outras abelhas, como informações sobre a direção, distância e tamanho da florada encontrada.

O cientista Karl Von Frisch, descobridor da intercomunicação das abelhas, confirmou experimentalmente no ano de 1920 a célebre dança deste inseto universal, fato este sugerido pelo Reverendo Ernst Spitzner em 1788, desencadeando uma série de investigações no mundo inteiro. O pesquisador, em 1946, através do "experimento em leque", acreditou ter mostrado que as abelhas eram capazes de indicar, às outras companheiras da colônia, onde existia alimento, afirmando essas informações através de danças realizadas sobre o favo e dentro da colméia.

Von Frisch constatou que a comunicação entre elas é realizada através das "danças do requebrados" ou "oito" e "danças circulares" indicando a distância entre a colméia e o alimento, assim como a direção em relação ao sol e à colméia. Quando a abelha (operária) dança de **forma circular** as flores estão a menos de 100 metros da colméia. Notou que esta dança acontece em linha reta entre 9 a 10 vezes em $\frac{1}{4}$ de minuto sobre o favo. Quando a dança é em **forma de "oito"** significa que o alimento será encontrado a mais de 100 metros da colméia; neste caso a abelha corre para frente por uma pequena distância, retornando ao ponto inicial por um semicírculo, e na sequência volta descrevendo um outro semicírculo na direção oposta, com uma alternância regular. Segundo VON FRISCH, apud CAMARGO (1972: 34), "ela realiza movimentos rítmicos com sacudidos do abdômen (danças) e a direção em que a dança é feita, no favo vertical, faz um ângulo com fio de prumo ou gravidade. Este ângulo corresponderia ao ângulo formado entre a fonte de alimento (árvore com flores), o sol (sua bússola) e a colméia".

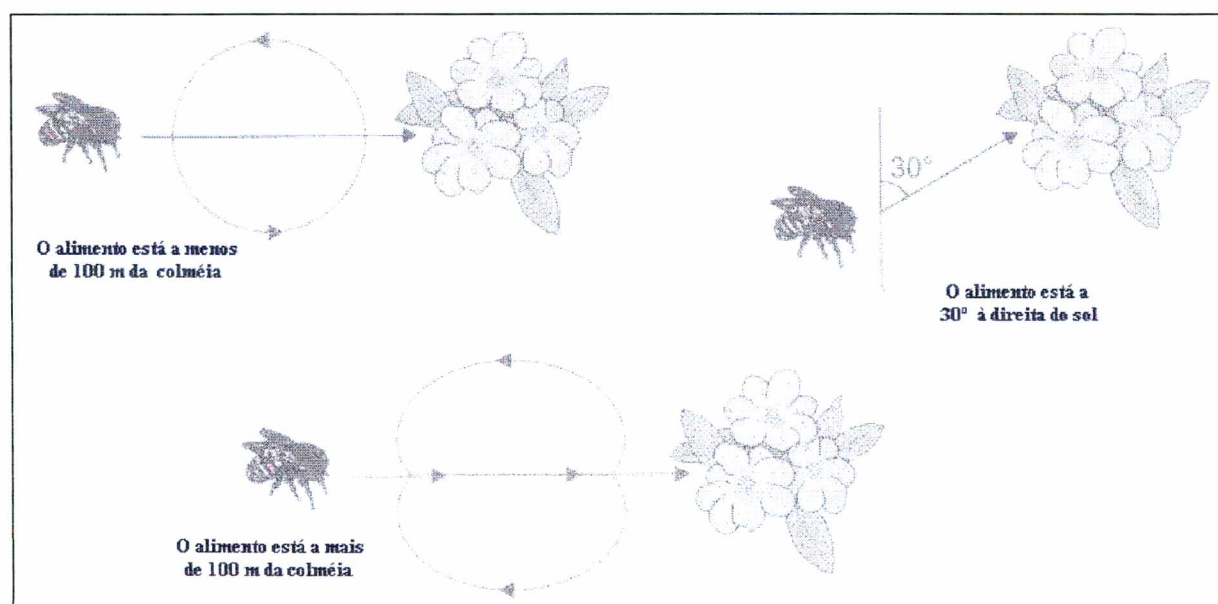
"As abelhas possuem a rara propriedade de ver o sol, mesmo através de uma grossa camada de nuvens, em virtude de sua sensibilidade à luz ultravioleta que passa através das

nuvens, cuja onda no espectro luminoso mede de 300 a 400 Angstrongs. As abelhas percebem a posição do sol mesmo através de um vidro escuro, desde que transparente à luz ultra violeta". (VON FRISCH, apud CAMARGO, 1972: 34).

Elas enxergam a luz polarizada do céu, vendo-o dividido em campos claros e escuros, influenciados pelos raios solares, sendo capazes de se orientar em relação à posição exata do sol a qualquer hora do dia. A percepção dos planos de vibração da luz polarizada é medida pelos olhos compostos (omatídeos).

As “coletoras” levantam vôo na direção indicada pelas batedoras para se alimentar e também alimentarem a colméia. Para isso, essas operárias possuem um fantástico equipamento, cujas partes mais importantes são os cinco olhos: três simples e pequenos na parte superior da cabeça, para localizar objetos próximos, e dois bastante complexos, compostos por 6,5 mil lentes hexagonais, que localizam alvos muito distantes em todas as direções. A forma destas lentes, com seis lados, pode também ser responsável pela forma idêntica dos alvéolos construídos simetricamente pelas operárias. As abelhas também têm seis mil placas olfativas, capazes de captar cheiros a longas distâncias, facilitando a localização do néctar.

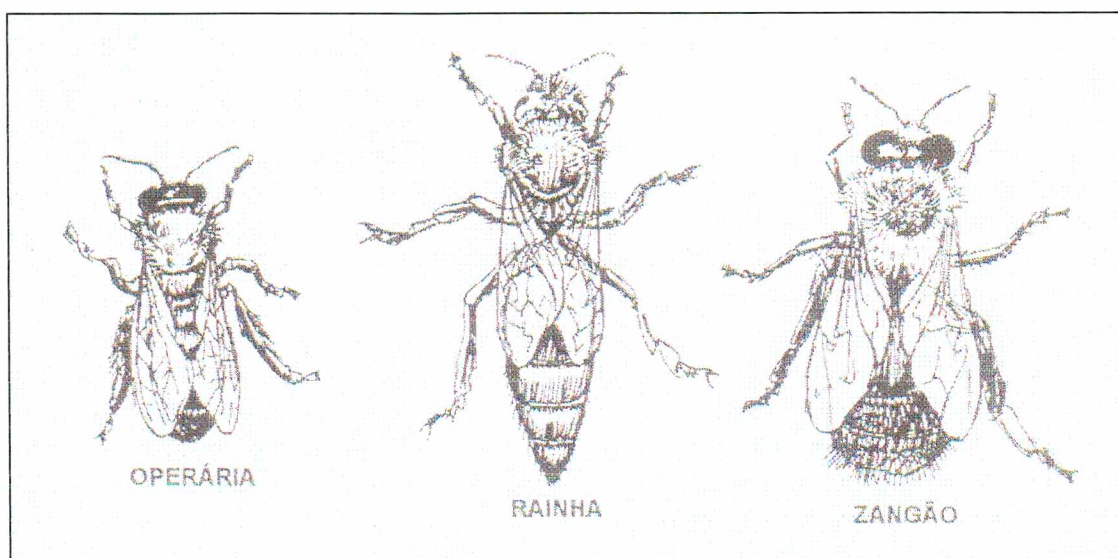
Figura 5 – Comunicação e Dança das Abelhas em relação a distância entre alimento e Colméia.



Fonte: BIEMBENGUT (2000: 98)

As abelhas são insetos que vivem em castas (Abelha Operária, Abelha Rainha, Zangão), conforme abordado no item 4.8, com funções distintas e definidas para cada uma.

Figura 6 – Indivíduos da família apícola.



Fonte: WIESE (1995 : 32)

4.9 A Morfologia da Abelha

Zoologicamente, as abelhas estão classificadas como pertencendo:

Reino:	Animal
Filo:	Artrópoda
Classe:	Insecta
Ordem:	Himenóptera
Família:	Apidae
Gênero:	<i>Apis</i>
Espécie:	<i>Apis mellifera</i>

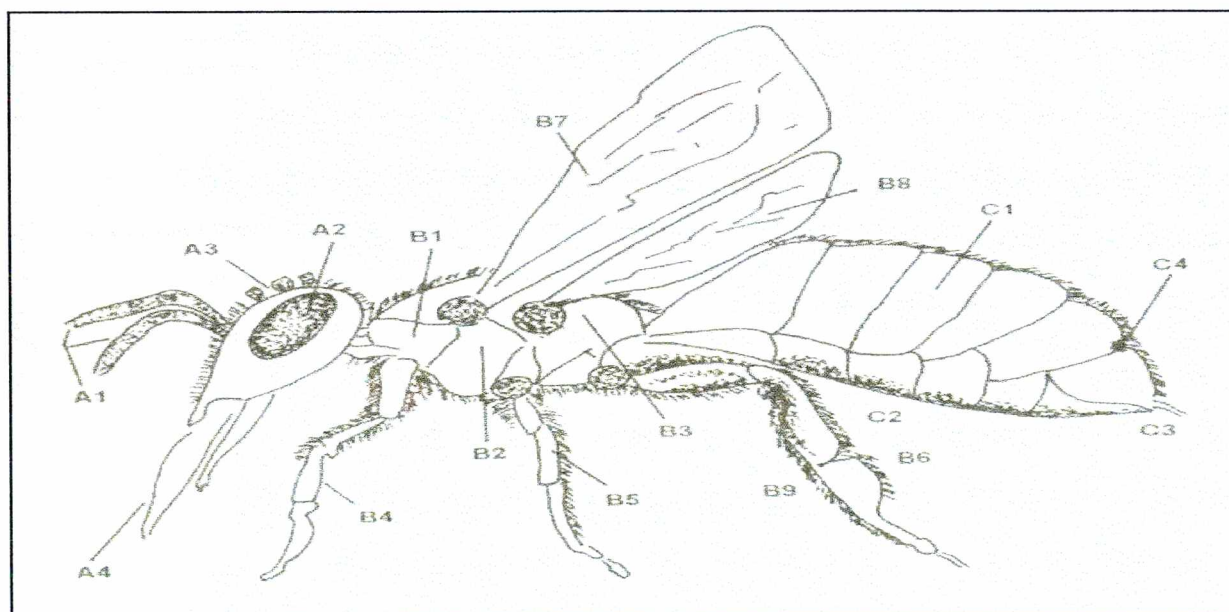
Segundo WIESE (1995), a morfologia de uma abelha apresenta a parte externa (exoesqueleto ou esqueleto externo), formado por uma couraça de quitina que apresenta áreas

definidas, composto de anéis (segmentos) que se interligam através de membranas finas, permitindo o movimento da abelha por serem facilmente dobráveis.

As fases de crescimento de uma abelha são ovo-larva-pupa. Enquanto a cobertura não endurece, o inseto cresce.

O corpo da abelha adulta subdivide-se em três porções: cabeça, tórax e abdômen (Figura 7). Na cabeça, observamos um grande número de apêndices e órgãos. Nas partes laterais da cabeça, existem dois grandes olhos que são chamados de olhos compostos, porque se compõem de 6.500 mil lentes ou omatídeos. Além destes dois, as abelhas possuem mais três olhos pequenos na parte superior da cabeça, aos quais se dá o nome de ocelos, porque são simples. Articulado na parte mediana frontal da cabeça, há um par de antenas. São estruturas finas e alongadas e dividem-se em três partes: escape, pedicelo e flagelo. O flagelo é constituído por diversos artículos (no macho 11 e na fêmea 10), onde se encontram os órgãos do tato, olfato e, possivelmente, da audição.

Figura 7 - O corpo da abelha.



Fonte: WIESE (1995 : 24)

A - CABEÇA: A1 - antenas; A2 - olhos compostos; A3 - olhos simples (ocelos); A4 - boca e língua.

B - TÓRAX: B1 - protórax; B2 - metatórax; B3 - mesotórax; B4 - perna anterior; B5 - perna mediana; B6 - corbícula; B7 - asa anterior; B8 - asa posterior; B9 - perna posterior (pata).

C - ABDÔMEN: C1 - segmentos abdominais; C2 - glândulas cerígenas; C3 - ferrão; C4 - glândula cheiro.

4.10 Considerações Finais

Os apicultores de Santa Catarina precisam aprimorar sua organização, visando proteger a classe de ação dos intermediários e da concorrência do Mercosul e, também, visando conquistar espaço político, garantindo mais incentivos e segurança ao setor.

O Estado precisa investir mais no setor, tanto em nível técnico (geração e difusão) quanto aos incentivos financeiros e legais (legislação), haja visto o vasto potencial de produção de mel existente em Santa Catarina;

O setor intermediário entre produtor e consumidor, apesar de agir isoladamente, também necessita organizar-se, visando melhorar a qualidade do produto ofertado ao consumidor e também promover o consumo do mel para que, num processo de aumento da demanda, haja também uma melhora dos preços em nível de produtor;

Por garantir a preservação e promover a recuperação do meio ambiente, a exploração apícola é uma das poucas atividades rurais com potencial de expansão em Santa Catarina.

O mel, por possuir a maioria dos elementos minerais essenciais para o ser humano, tem espaço garantido na mesa dos consumidores mais esclarecidos, que optam pelo consumo de

alimentos naturais com propriedades nutritivas e terapêuticas. Essa classe de consumidores está em expansão, o que garante um bom mercado futuro para o produto.

Apesar de a abelha africanizada ser um híbrido com boa resistência às pragas e doenças das abelhas, deve-se, por questão de segurança da apicultura catarinense e brasileira, monitorar a incidência das principais doenças e, através de vigilância sanitária, evitar a entrada em nosso território daquelas ainda exóticas.

Há a necessidade de se organizar o fornecimento de insumos, ainda inexistente, bem como os fornecedores de equipamentos, que pouco investem na melhoria da qualidade de seus produtos e tampouco na assistência técnica a seus clientes.

O apicultor deve esclarecer-se sobre as outras alternativas da apicultura, para garantir uma maior rentabilidade e segurança, devido à atividade ser também de risco, como aquele apresentado por períodos prolongados de precipitação, que podem comprometer a produção anual.

O estudo da apicultura em nível técnico abre campo a inúmeras aplicações matemáticas. Ao introduzir-se o estudo interdisciplinar entre a matemática e apicultura, promove-se a atividade prática a um nível científico, que envolve cálculos e resultados aproximados. Abandonam-se as previsões empíricas a respeito de resultados que se esperam da produção e começa-se a enxergar a apicultura como um setor que pode beneficiar-se do conhecimento científico não só na área biológica como na matemática. Pleiteia-se no capítulo seguinte, o envolvimento entre a interdisciplinaridade e os fundamentos que defendem a Modelagem Matemática no ensino técnico com habilitação em Agropecuária.

CAPÍTULO V

O ENSINO DE MATEMÁTICA: INTERDISCIPLINARIDADE - MODELAGEM E MODELAÇÃO MATEMÁTICA

5.1 O Ato Pedagógico de Ensinar

Na educação exige-se uma mútua relação entre o sujeito que “ensina-orienta” e o aluno que deseja aprender, adquirir “competências/habilidades”. Diante desta situação, dentro de uma visão pedagógica, o professor-educador deve ter a formação humana, a formação cultural e a formação profissional para que se concretize tal pleito.

Todo educador precisa diferenciar que a educação antropocêntrica visa o desenvolvimento da personalidade do aluno, enquanto o papel do ensino é cosmocêntrico, conduzindo o aluno ao contato com as coisas culturais do universo. Em sua essência, tanto educação quanto ensino devem convergir para um encontro harmonioso entre professor e discípulo, tendo uma relação intersubjetiva na educação e diálogo objetivo no ensino. O diálogo é o instrumento de comunicação entre os elementos do processo ensino-aprendizagem, não só no sentido de transmissão de informações, mas intermediando o ato pedagógico, ressaltando-se sobretudo o mestre que transmite conteúdos disciplinares, ensinando ao mesmo tempo o gosto pela leitura, a formação crítica construtiva, a alegria de

viver, fazendo de seus alunos verdadeiros amigos e discípulos. “Todos os que recordam sua própria experiência educativa, lembram mestres, não métodos nem técnicas” (HOOK, 1965: 50).

Outro aspecto precioso na educação é a cultura geral, não só a adquirida durante a vida acadêmica, mas aquela obtida do dia-a-dia e da experiência comprovada, fornecendo subsídios para leitura e visualização, análise, interpretação de fatos, compreensão de valores e, assim, extraindo conclusões.

MARTINELLO (1994: 28) enfoca que: “quanto maior é a tendência para a educação tecnológica e científica, maior se torna a necessidade de um entendimento em cultura geral, no sentido de possibilitar a formação do espírito crítico e do desenvolvimento da capacidade de adaptação, para acompanhar as sucessivas mudanças tecnológicas e os avanços científicos que ocorrem diariamente”.

Sendo a ciência um sistema de conhecimentos metodologicamente organizados, vê-se que a aquisição de uma quantidade determinada de informações científicas constitui apenas o elemento material na formação científica do profissional. É preciso, também, que se envolva a estruturação organizada das informações.

Ao conhecer profundamente a metodologia e as técnicas de ensino da disciplina que ministra, o professor de Matemática aprende a ensinar, e o aluno aprende a estudar. O ensino utiliza-se de métodos didáticos que devem coincidir com os métodos científicos do aprender. Sendo o professor não apenas um transmissor de conhecimento, mas também um ser que possui formação filosófica-pedagógica, ele consegue analisar e interpretar a realidade em que está inserido. E analisando e compreendendo a sociedade, pode promover o crescimento da comunidade escolar, extraindo daí temas relevantes que, através deste canal de comunicação, apontem alternativas e soluções.

Tornando-se, para o professor, um hábito permanente o estudar, investindo sempre em pesquisas que podem levá-lo a caminhos inexplorados, não se limita apenas a usufruir das conquistas científicas já conhecidas, mas torna-se com este comportamento um agente de maiores avanços tecnológicos e científicos que darão novo impulso ao crescimento humano. “O professor deve conhecer não só ‘eu e as circunstâncias’ internas e pessoais, como também as externas e socioculturais” (MARTINELLO, 1994 : 31) .

O homem é homem porque pensa, se organiza socialmente e porque trabalha, isto é, porque com a combinação de sua energia física e a sua vontade aplicadas objetivamente, transforma o mundo ao seu redor e o adapta às suas necessidades pessoais, satisfazendo-as e assegurando com isso a própria sobrevivência.

A relação entre educandos, educador e sociedade deve ocorrer através da ação que é a ponte de um processo de interação profunda entre o sujeito e o objeto, entre o indivíduo e a sociedade, entre o organismo e o meio, deixando de existir os termos: “o professor é o que sabe e o aluno é ignorante”; “o professor faz de conta que ensina e o aluno finge que aprende”; “o professor decide e o aluno é o determinado”. Esses termos são de um modelo epistemológico que não provoca o ensino-aprendizagem e muito menos a elaboração do conhecimento.

BECKER (1991: 25) ressalta que,

A pedagogia centrada na relação não é centrada no aluno nem no professor; nenhum dos pólos é absolutizado. O que se trabalha nesta proposta são, precisamente, as relações dentro da sala de aula. É na medida da fluidez das relações, que não recebem significação a priori, que o ato pedagógico assume significado. Ele não tem qualquer significado prévio – ou melhor, rejeitam-se ou superam-se os significados prévios -, ele não tem um significado em si mesmo, ele assume significado na medida da qualidade das relações dentro de sala de aula.

A ação de percepção do sujeito em relação ao objeto, formalizará o conhecimento com a conotação de abstração, e este comportamento é importante para que se possa agir sobre as coisas e delas extrair algo; agir sobre as próprias ações de forma a captar teorias destas ações, observando e retirando informações também do processo e condições naturais em que as ações estão inseridas.

BECKER (1991: 27) menciona a consideração de Jean Piaget: “A ação é que produz psíqué, a ação é que produz o próprio inconsciente humano, a ação é que produz não só o conhecimento na sua forma e, sobretudo, o conhecimento nas suas estruturas básicas, ou seja na sua condição de possibilidade compreender, é construir estruturas de assimilação, e não proceder a intermináveis repetições”.

“O professor em sala de aula, deve assumir uma postura crítico-pedagógica que produza um impacto no aluno e rompa no seu pensamento o nível de senso-comum e então se assenhere dos conhecimentos científicos, de modo que possa interpretar e analisar a realidade em que vive, sabendo extrair dela as devidas conclusões” (MARTINELLO, 1994: 34).

Faz-se necessária uma mudança na maneira de pensar e ver a vida e da metodologia que se utiliza para enfrentar as diversas situações e problemas que ela apresenta. Desse modo, tem-se na Matemática uma aliada para a formação do ser humano.

5.2 A Matemática como Disciplina de Serviço

Etimologicamente falando, Matemática é a arte ou técnica de explicar e entender. Dessa forma, ela é facilmente identificada nas atividades intelectuais e pode-se distinguir sem dificuldade o método matemático em qualquer situação em que esteja presente.

FRANCHI (1993: 12), faz menção a René Thon que considera o pensamento matemático como uma linguagem mais refinada que a usual para simular fenômenos externos. Vista assim, a Matemática torna-se uma forma extremamente útil de compreensão do mundo e por essa razão pode ser aplicada em uma gama enorme de situações nos mais variados ramos da atividade humana.

A ciência Matemática faz-se cada vez mais freqüente e necessária na sociedade, e um dos seus principais objetivos é justamente demonstrar isso. Atualmente, cada vez mais atividades profissionais exigem o conhecimento seguro da Matemática, e esse fato precisa ser evidenciado enfaticamente aos estudantes.

Muitos livros didáticos de Matemática transformam-na numa coisa tão detestável para os alunos, guiando todos a uma reflexão profunda sobre os fracassos em Matemática. Não é o conteúdo matemático a causa do fracasso, mas sim a forma como ele é apresentado. Não é a Matemática que é difícil e detestável, são as pessoas que a transformam nisso. Então, a análise do “porquê” e do “o quê” se ensina não pode ser desligada da análise de “como” se ensina.

Os baixos salários percebidos pelos professores, especialmente os da rede pública, geram um grande desestímulo, ocasionando um descomprometimento com a qualidade.

Por outro lado, a metodologia de ensino aplicada nas escolas parece ser imprópria, pois a utilização de exemplos-problemas sugeridos nos livros didáticos de Matemática, situados numa realidade um tanto divorciada daquela dos alunos, também se mostra um fator de desestímulo para alunos e professores.

Outro ponto importante é que um grande número de educadores matemáticos tiveram sua formação no método tradicional que privilegiava o desenvolvimento de técnicas operatórias, onde o importante era chegar na resposta certa utilizando corretamente a técnica operatória ensinada, esquecendo o elemento principal: a aplicação Matemática e o mundo circunstante.

A partir da década de 90, este quadro começou a ser alterado lentamente, mas ainda muito pouco, se observado em termos de Brasil.

LIMA (1976: 13) tristemente constata que, “em geral, os professores de Matemática ensinam a ‘fazer contas’, isto é, ensinam automatismos (contrafação da essencialidade da própria disciplina). Como os automatismos só se conservam se forem usados, a maioria das ‘contas’ que se aprendem nas aulas de Matemática é esquecida”.

O aluno necessita contar com um maior poder de adaptação a situações novas, minimizando os hábitos intelectuais fixos, deixando-o mais preparado para a vida.

O aluno deve perceber, em seu próprio benefício, que a Matemática estudada tem aplicações práticas em seu dia-a-dia. A Matemática, com certeza, poderá ajudá-lo a explicar ou organizar várias situações que façam parte da sua realidade. Mas para que isso aconteça e a Matemática saia da teoria e venha de encontro às necessidades pessoais e profissionais, não basta o domínio da Matemática pura, de técnicas de resolução e de demonstrações. Além desses conhecimentos matemáticos, é necessário ter criatividade, ser capaz de identificar as variáveis envolvidas no problema, saber distinguir entre todas as variáveis quais são aquelas relevantes e, acima de tudo, conseguir analisar os resultados obtidos. Esta competência só poderá ser obtida com a prática desse tipo de situação-problema em sala de aula. É uma tarefa penosa, porém gratificante, que precisa ser incorporada pelos educadores e até com barreiras de formação a serem quebradas, tirando o rótulo dos cidadãos de que a Matemática é uma disciplina que contém temas áridos. Uma das receitas do professor Ubiratan D’Ambrósio é que todo professor deve ser criativo, voltando-se para a produção de algo que fuja à rotina, ao esperado, e traga nova dimensão a um empreendimento.

A percepção da realidade é de importância fundamental, assim como a sua compreensão e controle através de aptidões humanas. Essas aptidões são manipuladas pelos indivíduos

como forma de estratégia que lhes dá a possibilidade de executar ações ordenadas ciclicamente, onde a realidade influencia o indivíduo que parte para a ação, voltada novamente para a realidade. D'AMBRÓSIO (1990) reforça a necessidade de outras formas de conhecimento, ou seja, a entrada para novas interfaces (cultura – cognição – biologia), apontando também para metodologias alternativas e de caráter interdisciplinar. No item que segue desenvolver-se-ão alguns aspectos relevantes quanto à interdisciplinaridade.

5.3 Utilidade, Valor e Aplicabilidade da Interdisciplinaridade

A evolução da humanidade e, em consequência, da civilização, é um processo dinâmico. Devido a isso, de tempos em tempos, surgem novos conceitos, novas idéias que representam esse dinamismo e servem para lhe dar impulso.

A interdisciplinaridade é um desses novos conceitos fortes que manifesta-se apenas na atualidade, apesar de não ser uma idéia recente, justamente porque a sociedade atual possui uma visão muito clara da fragmentação que foi criada pelo homem e que este é obrigado a enfrentar, não só em seu dia-a-dia, mas especialmente no processo ensino-aprendizagem.

O homem moderno não é mais capaz de enfrentar os problemas globais, que se tornam a cada dia mais complexos, e exigem dele não apenas uma formação polivalente que o ajude a entender uma realidade que caminha para a complexificação, mas também uma formação que consiga capacitá-lo para uma visão globalizada da realidade e para a consciência de que é necessário atualizar-se e continuar aprendendo a aprender continuamente.

O ensino, tendo esta responsabilidade social, defronta-se, também, com a necessidade de promover sua própria reorganização para orientar-se ele próprio por esse novo sentido. Isso porque, sendo ele próprio uma expressão do modo como o conhecimento é

produzido, também se encontra fragmentado, eivado de polarizações competitivas, marcado pela territorialização de disciplinas, pela dissociação das mesmas em relação à realidade concreta, pela desumanização dos conteúdos fechados em racionalidades auto-sustentadas, pelo divórcio, enfim, entre vida plena e ensino (LUCK, 1994: 14).

Dentro desse contexto, a interdisciplinaridade surge não como um fator de desvalorização das disciplinas e de produção de conhecimento, mas como um fator de reorganização do modo de produção e elaboração do saber. A interdisciplinaridade busca diminuir a distância entre o conhecimento e o homem que o produziu, trazendo, isto sim, unidade a todo esse processo. Conforme MORIN (1985: 33) afirma, “o problema não está em que cada uma perca a sua competência. Está em que a desenvolva o suficiente para articular com as outras competências (disciplinas e conhecimentos) que, ligadas em cadeia, formariam o anel completo e dinâmico, o anel do conhecimento do conhecimento”.

A realidade do Universo sendo dinâmica, estando em contínuo movimento, concebe que a interdisciplinaridade, quanto ao método e segundo LUCK (1994: 65) é construída mediante:

- ✓ Estudo das forças interativas que interligam as várias dimensões que caracterizam um fenômeno.
- ✓ A construção do conhecimento interdisciplinar que se processa por estágios ou etapas de maturação de consciência.
- ✓ Embora complexa, a realidade é una, uma vez que todos os seus aspectos são interdependentes, não têm significado próprio e sim no contexto de que fazem parte.
- ✓ O conhecimento produzido em qualquer área, por mais amplo que seja, representa, apenas de modo parcial e limitado, a realidade. A consciência da parcialidade de nosso conhecimento sobre a realidade supõe a necessidade de ir além dos limites postos pela visão disciplinar, rompendo fronteiras.

- ✓ “Tudo está relacionado com tudo mais: causas, problemas e soluções estão totalmente interligados em um grande continuum” (PECCEI e IKEDA, 1984: 14).
- ✓ “Tudo é Duplo, contudo tem pólos; tudo tem o seu oposto: igual e desigual são a mesma coisa: os opostos são idênticos em natureza, mas diferentes em grau; os extremos se tocam; todas as verdades são meias verdades; todas podem ser reconciliadas”(HERMES, apud SCHURÉ, 1986: 72).
- ✓ “O conhecimento é, como a riqueza, destinado ao Uso. A posse do conhecimento sem ser acompanhada de uma manifestação ou expressão em Ação é como um amontoado de metais preciosos, uma coisa vã e tola” (HERMES, apud SCHURÉ, 1986: 83).

FAZENDA (1993) relata que peritos de diferentes Universidades das Américas e da Europa, estabelecem a interdisciplinaridade tendo valor e aplicabilidade como meio de:

1º.) Conseguir uma melhor formação geral

O objetivo inicial é dar oportunidade ao educando de melhorar o desenvolvimento das suas atividades, orientá-lo com a finalidade de melhor definir o papel que desempenhará a sociedade.

É indispensável que o educando "aprenda a aprender".

Deve situar-se no mundo em que vive, tendo uma postura crítica que lhe permita compreender as informações que o atingem de forma simultânea todos os dias.

2º.) Atingir uma formação profissional

Atualmente o desenvolvimento de uma atividade profissional exige, em muitos casos, o conhecimento de várias disciplinas fundamentais.

Reconhece-se que, futuramente, os indivíduos poderão, ao longo de sua vida, mudar muitas vezes de profissão; essa nova modalidade no mundo do trabalho impõe uma plurivalência na formação profissional do educando.

Faz-se necessária a junção das mais variadas disciplinas, para que o profissional possua uma pluralidade de aptidões que aumentem suas oportunidades no mercado de trabalho e que o capacitem para carreiras que fujam do convencional ou se valham de novos domínios.

A interdisciplinaridade, além disso, abre novos campos de conhecimento e oportuniza novas descobertas, e a unidade das disciplinas só virá corroborar o fato de que, unidas, conseguirão mostrar-se melhor em sua variedade. Assim, a partir de pontos de vista diferentes, chegar-se-á à realização de objetivos comuns.

3º.) Incentivo à formação de pesquisadores e de pesquisas

O objetivo da pesquisa é preparar os educandos para a análise de situações, colocando os problemas de uma forma geral e conscientizá-los dos limites de seu próprio sistema conceitual, ou seja, a pesquisa pela pesquisa.

Para o progresso da pesquisa parece ser condição primordial a interação das disciplinas, junto com a confrontação de métodos. Essa interação utiliza métodos próprios, e ela mesma pede a elaboração prévia de um modelo das ciências, de modo que suas inter-relações apareçam.

Através da pesquisa interdisciplinar há a fusão da teoria com a prática, e essa reciprocidade é o maior mérito da interação entre disciplinas.

4º.) Condição para uma educação permanente

A educação não termina com a saída do aluno da escola. É preciso formar os estudantes de tal forma que, uma vez adultos, continuem construindo seu saber.

Três aspectos são primordiais para que exista esse prolongamento da formação geral ao longo da vida:

- ✓ Constante atualização no domínio do campo profissional;

- ✓ Participação na vida social e política da comunidade;
- ✓ Busca do aperfeiçoamento da personalidade, numa civilização que privilegia o lazer.

O principal papel da educação na formação do homem é dar-lhe meios e instrumentos que lhe permitam ser culto. O educador, nesse sentido, deve acompanhar o aluno de maneira a criar uma comunicação educacional que seja intersubjetiva e que possibilite a troca contínua de experiências, onde educador e educando possam beneficiar-se.

5º.) Superação da dicotomia Ensino-Pesquisa

A interdisciplinaridade é proposta como agente de uma revolução contra hábitos já estabelecidos.

Para isso, os professores devem ser treinados adequadamente no exercício de uma real prática interdisciplinar, e nesta prática, que leva à arte de compreender e fazer-se compreender, no respeito pelas posições opostas, na participação que levem a objetivos comuns é que se encontrará a solução para que a dicotomia existente seja extinta.

6º.) Compreender e modificar o mundo

O mundo é múltiplo e esta multiplicidade exige do homem, que está inserido no mundo, o conhecimento de suas formas variadas. A partir deste conhecer é que nasce a compreensão e a possibilidade de mudanças para melhor.

7º.) Integração como necessidade da Interdisciplinaridade

Para que a interdisciplinaridade aconteça, há necessidade de criar-se, numa etapa anterior, o relacionamento, o estudo, o comentário a respeito dos fatos que serão combinados. Nessa interação, os conteúdos, métodos e teorias deverão ser conhecidos e relacionados.

A interdisciplinaridade não deve ser vista apenas como integração, que remete a “estagnação” e manutenção do “status quo”. Mais do que isso, a interdisciplinaridade deve ser vista como fator de mudança social e transformação.

Considerando a proposta da interdisciplinaridade de quebra dos modelos tradicionais de ensino-aprendizagem, revela-se a Modelagem Matemática um método seguro para chegar-se à interação entre as disciplinas. Na sequência, abordar-se-á a importância da Modelagem Matemática no contexto escolar.

5.4 A Essência da Modelagem e Modelação Matemática como Método de Ensino.

O mundo influencia o ser humano em todos os aspectos, pois o homem está aberto para o mundo e para os seus semelhantes e supõe-se que a educação esteja também aberta a mudanças. E não podendo ser estática, a educação relaciona-se com as pessoas, as idéias, as teorias, os métodos e deste intercâmbio deve surgir o conhecimento, não necessariamente criado por uma escolha do sujeito da educação. Porém, no processo educativo formal, onde uma pessoa educa outra pessoa, há uma interferência no fluxo de vida do educando, pois o educador delibera sobre qual parte do mundo deseja que chegue até o outro.

Iluminando-se o desejo da compreensão sobre educação, sendo alimentado pelas expectativas e necessidades de ações que pudessem orientar o(s) caminho(s) do fazer ligado de fato à vida, depara-se com uma forma alternativa de ensinar Matemática: a Modelagem Matemática.

Em sentido amplo, “Modelagem” é a “operação pela qual o escultor molda em argila ou cera o modelo que deve ser executado em bronze, madeira, mármore, etc” (FERREIRA, 1985: 933).

Sendo o homem um ser racional, pensa e estrutura em sua mente modelos, na busca de compreender e expressar de forma intuitiva uma sensação, procurando relacioná-la com algo já conhecido, efetuando deduções que estampam fenômenos naturais e sociais de seu contato. Modelos são estratégias para ação.

Vejamos alguns conceitos de modelos apresentados por pesquisadores matemáticos:

Para BARRETO (1986) “um modelo matemático é o resultado de vários esforços para matematizar uma determinada situação, seja ela real ou suposta, salientando que é uma representação aproximada desta situação, sendo seletiva e embasada por algum tipo de estrutura Matemática, de tal modo que os objetivos considerados relevantes correspondam a relações”.

BIEMBENGUT(1990: 3) define modelo matemático como “a representação do mundo real por meio de linguagem Matemática”. “Um modelo pode ser formulado em termos familiares, utilizando-se expressões numéricas ou fórmulas, diagramas, gráficos ou representações geométricas, equações algébricas, tabelas, programas computacionais, etc” (BIEMBENGUT, 1999: 20).

PONTE (1992: 15) afirma que “um modelo é uma descrição simplificada duma situação, real ou imaginária. Particularmente importantes são os modelos matemáticos, que utilizam como base a linguagem e os conceitos desta ciência”.

SWETZ (1992: 45) constata que “um modelo matemático é uma estrutura Matemática que descreve aproximadamente as características de um fenômeno em questão”.

BASSANEZI (1994: 57) considera “modelo matemático de um fenômeno, um conjunto de símbolos e relações Matemáticas que traduzem, de alguma forma, o fenômeno em questão”.

Tal reflexão permite-nos evidenciar algumas características básicas do conceito de modelo matemático, ressaltando a visão de GAERTNER (1994: 62):

- ✓ Modelo é uma imagem definida sobre o original;
- ✓ O modelo pode representar o original em algum estudo ou análise;
- ✓ O modelo matemático traduz a situação real através do uso de estruturas Matemáticas quer sejam equações, sistemas de equações, e outros mais;
- ✓ O modelo possibilita a compreensão da realidade.

Os modelos segundo BASSANEZI (1994: 58), podem ser classificados de acordo com a sua natureza: linear ou não linear, estático ou dinâmico, educacional ou prático, estocástico ou determinístico. De maneira geral, os modelos educacionais empregam métodos determinísticos baseados na suposição de que existem informações suficientes em um determinado instante ou num estágio de algum processo.

Destacam-se, também, alguns objetivos procurados com a construção de modelos propostos por DAVIS e HERSH (1985: 107):

- ✓ Obter respostas sobre o que acontecerá no mundo físico;
- ✓ Influenciar a experimentação ou as observações posteriores;
- ✓ Promover o progresso e a compreensão conceituais;
- ✓ Auxiliar a axiomatização da situação física;
- ✓ Incentivar a Matemática e a arte de fazer modelos Matemáticos.

BIENBENGUT (2000: 11) expressa que “na verdade o ser humano sempre recorreu aos modelos, tanto para comunicar-se com seus semelhantes como para preparar uma ação. Nesse sentido, a Modelagem, arte de modelar, é um processo que emerge da própria razão e participa da nossa vida como forma de constituição e de expressão do conhecimento”.

A Modelagem no ensino é a atividade desenvolvida pelo educador e educando procurando entender a natureza por meio de condições e símbolos associados às

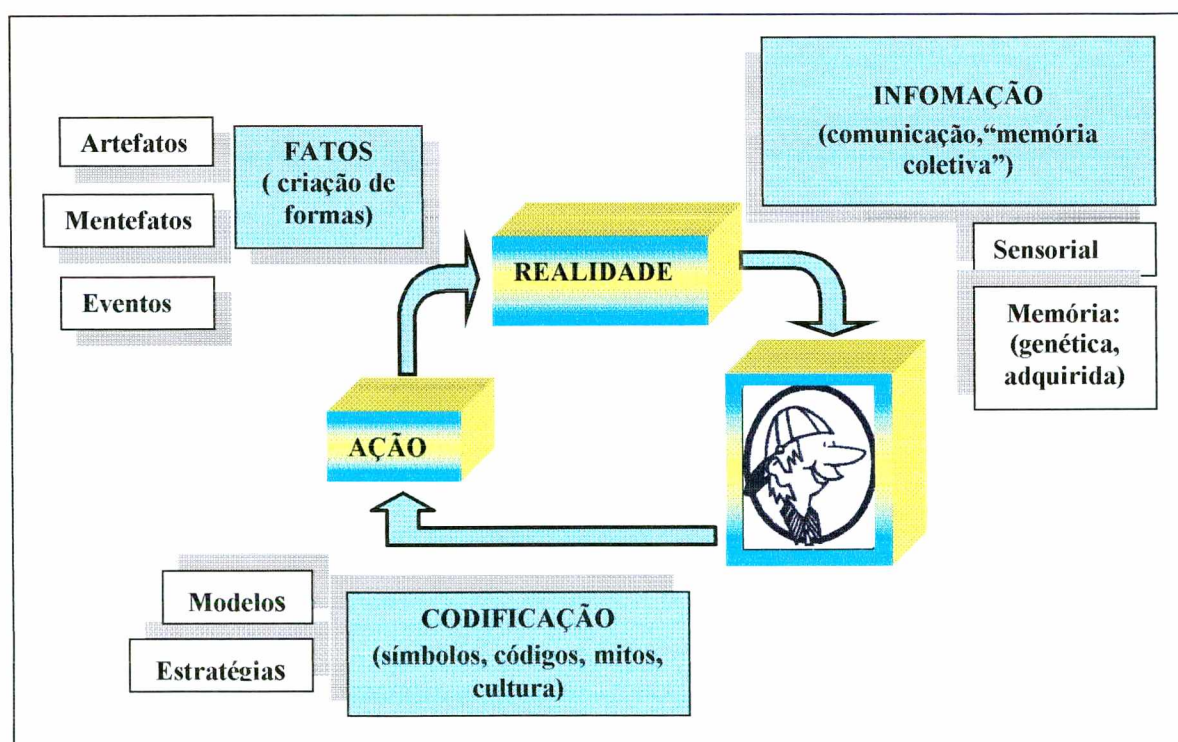
representações orais ou visuais de comunicação, dando origem à linguagem e representação gráfica, obtendo um modelo. A Modelagem é o processo através do qual se definem estratégias de ação.

Ressalta-se que quanto melhor for o conhecimento “matemático” do indivíduo e o domínio do tema a ser abordado, mais aprimorado (perfeito) sairá o modelo. Caso contrário, restringir-se-á apenas a vagas análises e expressões.

Ainda que a natureza continue existindo e funcionando independentemente das teorias científicas, o homem toma posse de teorias para avançar os conhecimentos que possibilitem, no futuro, tomar decisões e agir corretamente.

Para o Professor. D’AMBRÓSIO (1986), existem duas manifestações do conhecimento: arte e ciência, que se explicam no “fazer” e no “saber”. Conhecer o universo é desvendar a ordem cósmica que, por sua vez, é agir sobre a realidade. Onde o saber corresponde a distinguir entre o bem e o mal, enquanto que o fazer é criar, agir sobre a realidade.

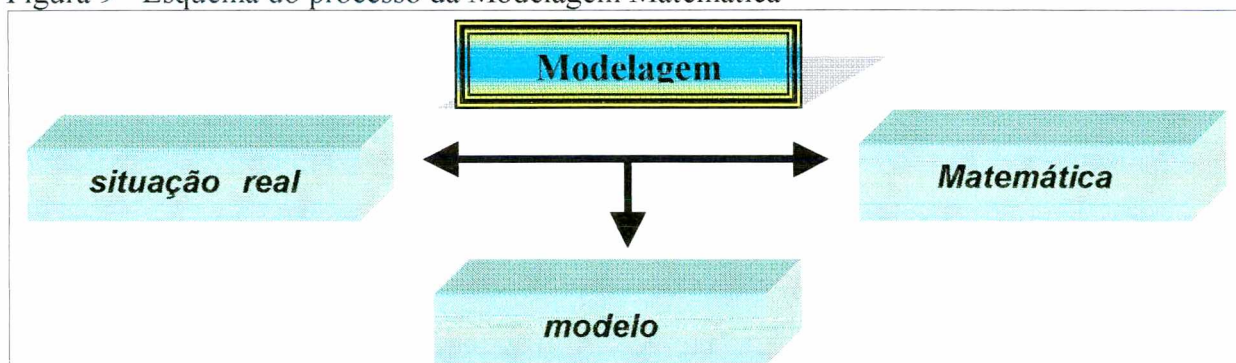
Figura 8 – Hierarquização de níveis de comportamento: realidade-reflexão-ação-realidade



Fonte: D’AMBRÓSIO (1986: 53).

BIENBENGUT (2000:14) considera que “genericamente, pode-se dizer que Matemática e realidade são dois conjuntos disjuntos e a Modelagem é um meio de fazê-los interagir”.

Figura 9 - Esquema do processo da Modelagem Matemática



Fonte: BIEMBENGUT (2000: 13)

A Matemática na sua origem (*Mathematiké*, do grego: ensinar a fazer, *mathema* significando saber, conhecer, explicar e *tiké*, fazer, técnica, arte) é pois ensinar a fazer, e os modelos são a estratégia para essa ação.

A Matemática é uma linguagem que permite ao homem comunicar-se sobre fenômenos naturais e, como linguagem, é absorvida através de um processo natural.

A ação é o mecanismo próprio do homem para modificar a realidade, no seu sentido amplo. E no processo de unir a realidade à ação é que o indivíduo se insere e se distingue das demais espécies, por sua ação ser resultado de uma relação dialética, teórico-prática.

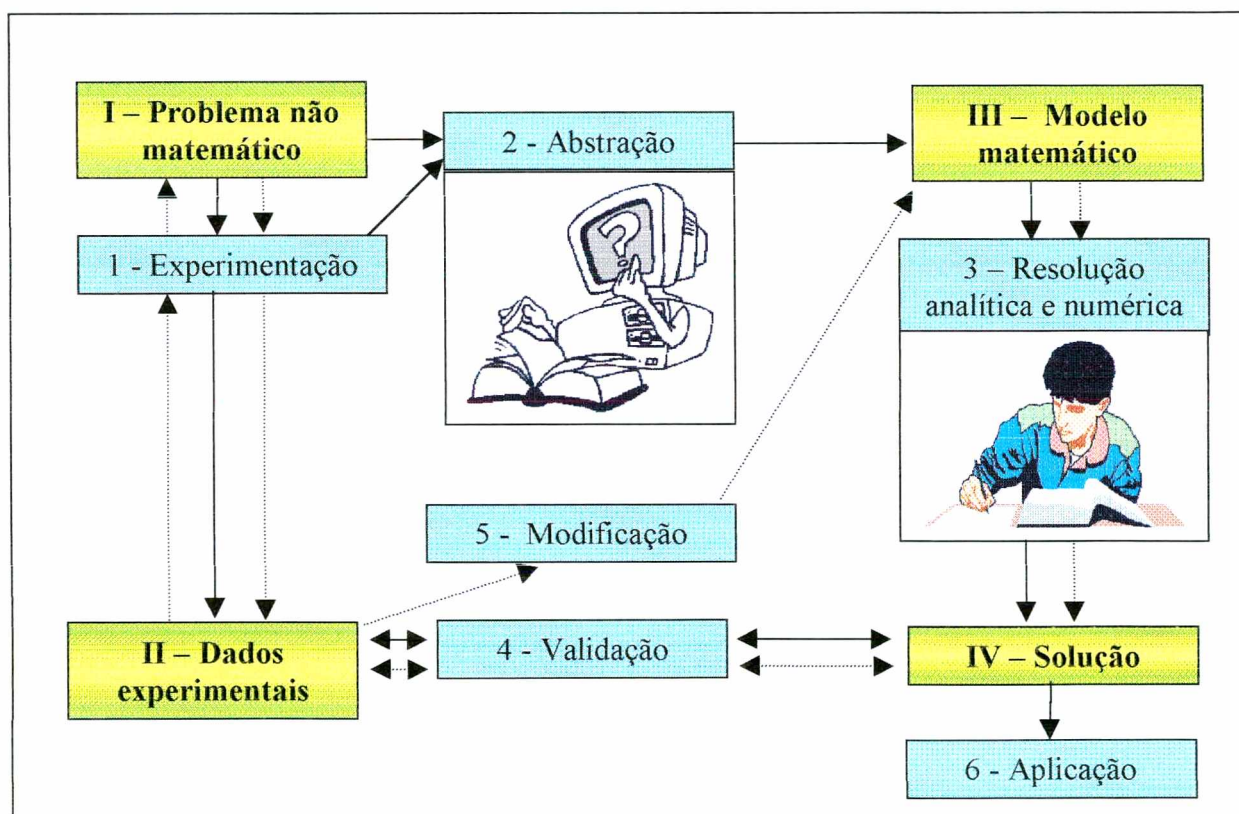
Para embasar a noção que concerne à Modelagem Matemática vale ressaltar algumas das definições encontradas na literatura:

- ✓ “Modelagem é a parte de um processo ainda maior, e que atribui-se o nome de Etno-Matemática” (FERREIRA, 1985).
- ✓ “Modelagem Matemática é um processo que utiliza conceitos e técnicas essencialmente Matemáticas, para análises de situações reais” (ANASTÁCIO, 1990: 1).

- ✓ “Modelagem consiste em muitos passos, começando com um conjunto de idéias desordenadas, e terminando com uma testagem rigorosa, e apresentando as conclusões de uma forma adequada para uso” (MEDLEY, apud BIEMBENGUT, 1990: 8).
- ✓ “A Modelagem Matemática é o processo de escolher características que descrevem adequadamente um problema de origem não Matemática, para chegar a colocá-lo numa linguagem Matemática. E que a Modelagem Matemática é um processo iterativo em que o estágio de validação freqüentemente leva a diferenças entre as predições baseadas no modelo e na realidade” (TIM O’SHEA e JOHN BERRY, apud BIEMBENGUT, 1990: 9).
- ✓ “O processo de construção de modelos se dá através de várias interações, cada uma aperfeiçoando a precedente até chegar a uma aceitável” (MAKI e THOMPSON, apud BIEMBENGUT, 1990: 9).
- ✓ “Um problema de Modelagem é construído a partir de três componentes: *Informação* (sobre um fenômeno), *Questões* (sobre propriedade dos fenômenos) e *Critérios de Avaliação* (para determinar a aceitabilidade das respostas às questões)” (RUBIN, apud BIEMBENGUT, 1990: 9).
- ✓ “Modelagem é o esforço de explicar, de entender, de manejar uma porção da realidade, um sistema, normalmente se faz isolando esse sistema e escolhendo alguns parâmetros nos quais concentramos nossa análise. Com isso, o sistema, com toda a complexidade que ele oferece, fica aproximado por um sistema artificial, no qual se destacam somente alguns parâmetros (algumas qualidades) e se ignoram suas interações com o todo. Dessa maneira, considera-se um modelo e passa-se a analisar e refletir sobre o modelo. Este é o processo de Modelagem, na sua essência, uma forma de abstração... Assim, a Modelagem pode ser apontada como a metodologia por excelência da Matemática ocidental” (D’AMBRÓSIO, 1991:11).

- ✓ “A Modelagem Matemática é um processo dinâmico de busca de modelos, que sirvam de protótipos de alguma entidade” (BASSANEZI, 1991: 91).
- ✓ “Modelagem Matemática é o processo que envolve a obtenção de um modelo” (BIEMBENGUT, 2000: 12).
- ✓ “A Modelagem Matemática é, assim, uma arte, ao formular, resolver e elaborar expressões que valham não apenas para uma solução particular, mas que também sirvam, posteriormente, como suporte para outras aplicações e teorias” (BIMBENGUT, 2000: 13).
- ✓ “BASSANEZI (1994: 64) sintetiza o processo de Modelagem Matemática de uma situação ou problema real, visualizadas por meio de etapas conforme mostra o esquema abaixo:

Figura 10 – Sequência de etapas do processo de Modelagem Matemática.



Fonte: BASSANEZI (1994: 64).

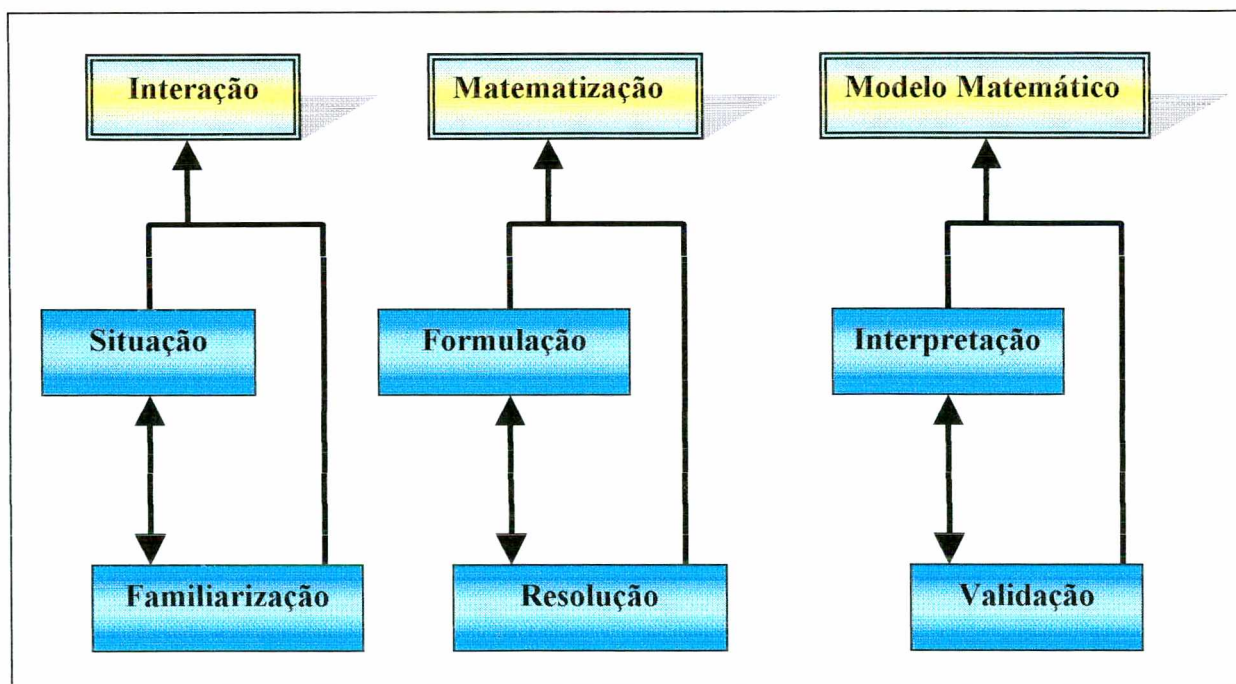
Na literatura científica o termo “Modelagem” é usualmente associado com o processo de construção de um modelo abstrato descritivo de algum sistema concreto.

Pode-se então propor a seguinte definição:

Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões. Consiste nas seguintes etapas:

- ✓ Reconhecimento da situação problema;
- ✓ Pesquisa;
- ✓ Proposta das hipóteses;
- ✓ Formalização Matemática do modelo;
- ✓ Análise da possibilidade de extensão do modelo a situações análogas; e
- ✓ Adequabilidade do modelo e eventual retomada do processo.

Figura 11 – Dinâmica da Modelagem Matemática.



Fonte: BIEMBENGUT (2000: 15)

O uso sistemático dos modelos matemáticos teve início, presumidamente, nas duas primeiras décadas do século XIX. As últimas décadas do século XX têm marcado um repentino fluxo de interesse explícito em Modelagem Matemática.

Em seus textos, BASSANEZI ressalta que ao trabalhar com Modelagem Matemática, o que se deve propor é partir do mundo real e, através da abstração, construir modelos matemáticos que, resolvidos através de técnicas Matemáticas, apresentam soluções. Estas soluções passam por um processo de validação para chegar ou não a exigir uma modificação do modelo, de acordo com os dados obtidos pela pesquisa.

Não se pode querer que o aluno, em poucos anos de experiência, descubra o que a humanidade, inclusive através de suas melhores inteligências, descobriu em milhares de anos. Por outro lado, compreender é inventar ou reconstruir através da reinvenção, e será preciso curvar-se ante tais necessidades, se o que se pretende para o futuro é ter-se indivíduos capazes de produzir ou de criar e não apenas de repetir.

DAVIS e HERSCH (1985: 27), em sua contribuição ao processo educacional, afirma que para Jean Piaget o aluno deve trabalhar com situações concretas e ter a vivência da descoberta. O seu aprendizado deve ser orientado em dois sentidos: **concreto ➡ abstrato e simples ➡ complexo.**

5.4.1 Modelagem matemática e a significação na aprendizagem da matemática

David. P. Ausubel considera mais profundamente a aprendizagem no contexto da sala de aula, e sua teoria, dentre outras que consideram o ensino-aprendizagem de Matemática, tem destaque especial.

AUSUBEL (1980) problematiza a identificação dos fatores que influenciam a aprendizagem e a sua retenção. Para explicar a aprendizagem e a retenção, Ausubel

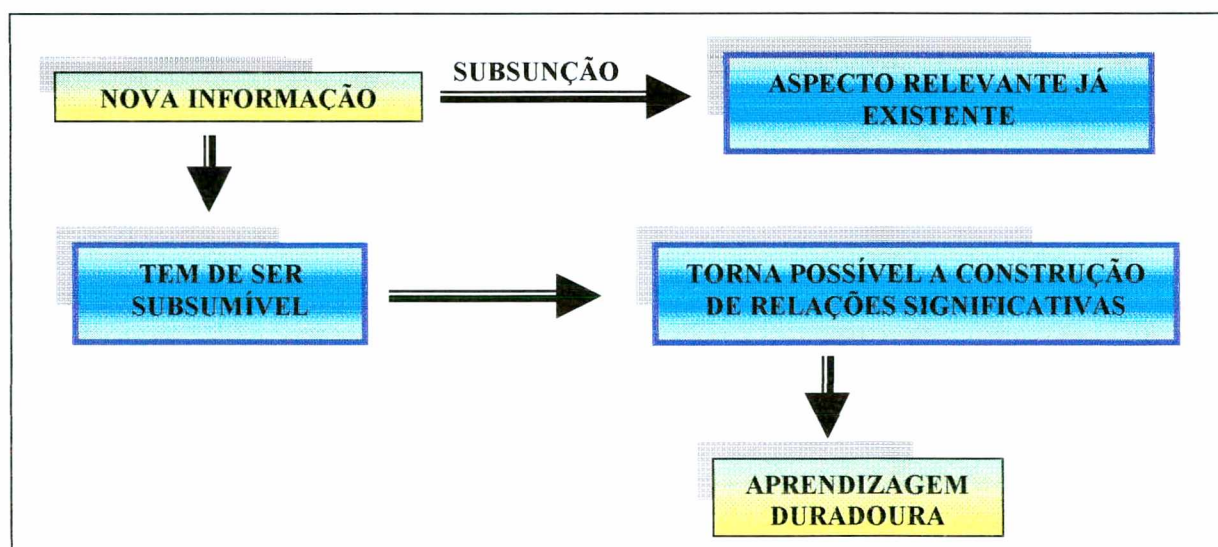
considerou a hipótese de ser a estrutura cognitiva piramidal, organizada hierarquicamente, onde no topo existem os conceitos menos diferenciados e mais inclusivos, na parte intermediária localizam-se os subconceitos menos gerais, e na base os subconceitos mais diferenciados e menos inclusivos, e dados factuais.

Para que a aprendizagem seja significativa, segundo Ausubel deve existir subsunção (Etimologicamente, do latim *Sumptione*, “ação de tomar”) para a apropriação do conhecimento. Essa apropriação dar-se-ia com a interação entre o sistema conceitual mais relevante, já estabelecido na estrutura cognitiva, e o novo material que se quer seja apropriado. Dessa forma, tendo um material a possibilidade de ser subsumível, existirá a aquisição de novos conhecimentos, além de uma aprendizagem que não se perderá com o passar do tempo.

Realizando-se a aprendizagem de forma significativa, ocorre necessariamente o desenvolvimento e a elaboração de conceitos subsunçores. Sendo os conceitos mais inclusivos introduzidos primeiro, segundo a teoria de Ausubel, o desenvolvimento de conceitos ocorre mais efetivamente, e o desenvolvimento do conhecimento é progressivo.

Contudo, para que essa aprendizagem significativa se realize, é necessária a deflagração de um processo de ensino que a favoreça. O processo de ensino proposto pela Modelagem Matemática contempla a aprendizagem significativa, tal como Ausubel a concebe.

Figura 12 - Aprendizagem no contexto da sala de aula, e sua teoria, segundo AUSUBEL.



Granger reforça a Modelagem como processo cognitivo quando afirma que “...a razão procura imitar por meios abstratos, criando modelos, dos fenômenos naturais e sociais” caracterizando a razão em três estágios: *compreender e explicar, observar e experimentar, elaborar um modelo.*

GRANGER (1969: 101) relata que há uma relação mais profunda entre o indivíduo e o meio estando a Modelagem na raiz: “o homem é o principal autor dos acontecimentos, e que o curso do tempo é a realização progressiva de uma obra de que ele é em última instância responsável, mas da qual ele próprio depende. De resto, as circunstâncias modelam o homem tanto quanto o homem modela as circunstâncias”.

5.4.2 Modelação Matemática

A Modelação Matemática é um método que se utiliza da essência da Modelagem Matemática.

Rodney Bassanezi e Maria Salett Biembengut, para distinguirem Modelagem Matemática usada pelos matemáticos, da Modelagem Matemática usada pelos educadores, denominaram o processo usado no ensino de Modelação Matemática.

Tendo pois como objetivo ensinar a Matemática inserida num programa definido a priori, o processo clássico de Modelagem deve ser modificado, levando-se em conta sempre o momento de sistematização do conteúdo e uma analogia constante com outras situações problema. O método de ensino-aprendizagem que utiliza o processo da Modelagem em curso regulares convencionamos denominar Modelação Matemática (BASSANEZI, 1990: 2).

BIEMBENGUT(2000: 18) expressa que “a Modelação Matemática norteia-se por desenvolver o conteúdo programático a partir de um tema ou modelo matemático e orientar o

aluno na realização de seu próprio modelo-modelagem. Pode valer como método de ensino-aprendizagem em qualquer nível escolar”. Aponta que os objetivos são:

- ✓ Aproximar uma outra área do conhecimento da Matemática;
- ✓ Enfatizar a importância da Matemática para a formação do aluno;
- ✓ Despertar o interesse pela Matemática ante a aplicabilidade;
- ✓ Melhorar a apreensão dos conceitos matemáticos;
- ✓ Desenvolver a habilidade para resolver problemas; e
- ✓ Estimular a criatividade.

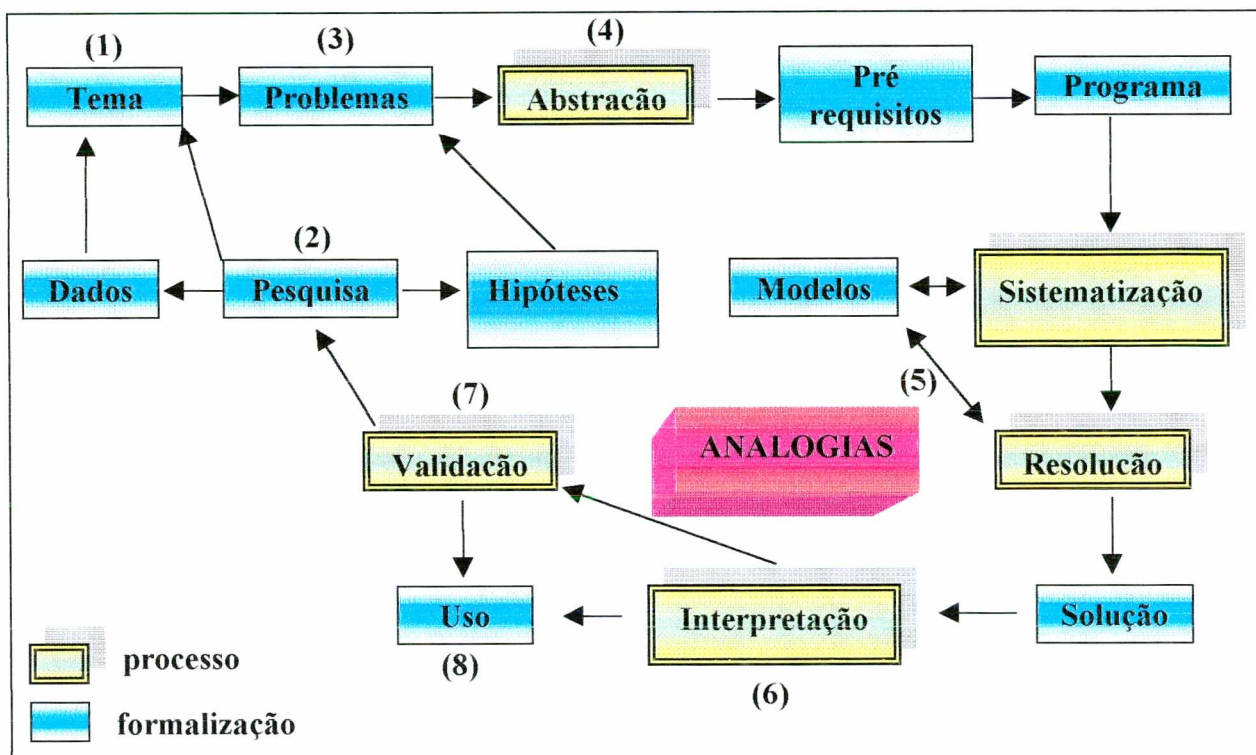
O processo de Modelação sugere uma ordem de procedimentos para que se atinjam os objetivos propostos:

- “(1) Escolha do tema central a ser desenvolvido pelos alunos;
- (2) Pesquisa para coletar dados quantitativos e informações que possam auxiliar a apresentação de hipóteses;
- (3) Elaboração de problemas que serão distribuídos para os grupos de interesses comuns;
- (4) Abstração no sentido de selecionar as variáveis essenciais envolvidas nos problemas e formular as hipóteses;
- (5) Sistematização dos conceitos que serão usados na resolução dos modelos matemáticos e que fazem parte do conteúdo programático do curso em questão. Deve ser efetuada também enquanto se trabalha na resolução e na formalização dos modelos;
- (6) Interpretação da solução de maneira analítica e com possíveis representações gráficas;
- (7) Validação dos modelos que devem ser os mais coerentes possíveis com a realidade pesquisada. Caso um modelo não seja bom, o sistema deve ser retomado com novas pesquisas, tornando assim o processo dinâmico;

(8) Quando o modelo é satisfatório devemos procurar utilizá-lo fazendo previsões, análises ou qualquer outra forma de ação sobre a realidade”(BASSANEZI, 1990: 5).

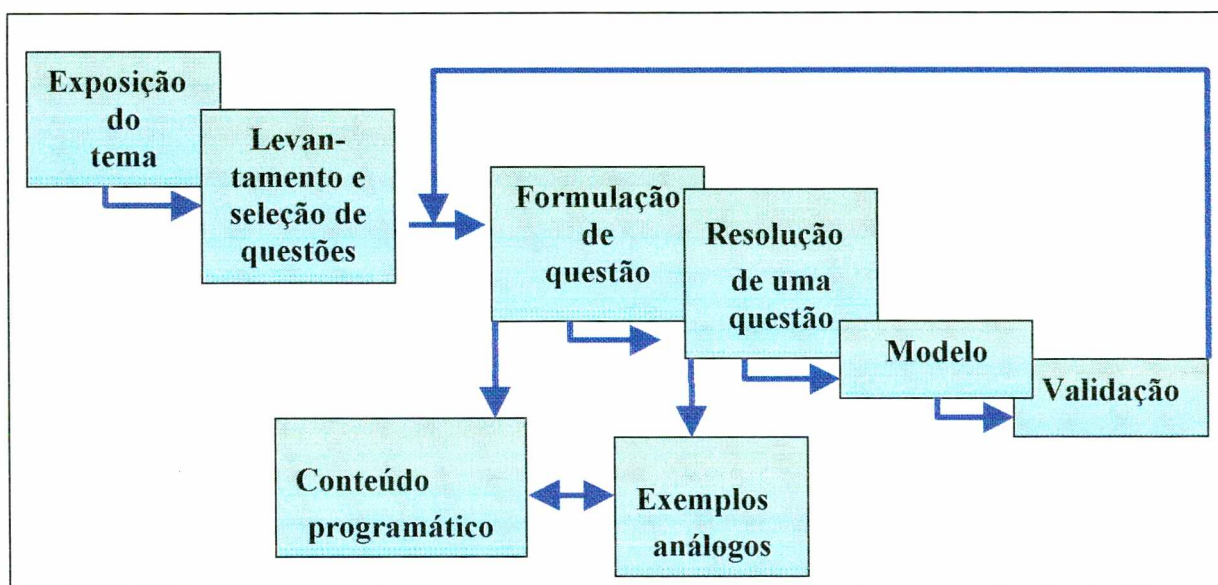
Sintetiza-se a dinâmica do processo por meio do esquema abaixo:

Figura 13 – Processo de Modelação Matemática no ensino.



Fonte: BIEMBENGUT (2000: 26).

Figura 14 – Desenvolvimento do conteúdo programático



Fonte: BIEMBENGUT (1999: 46).

5.4.3 Pontos relevantes para compreensão da Modelagem/ Modelação

Realidade – São todos os acontecimentos que influem e são influenciados pelas pessoas envolvidas, tais como os fatos sociais, políticos, culturais, econômicos e científicos.

Aluno – Ser pensante, que transforma e é transformado pela realidade, da qual é parte integrante.

Escolha do tema central – As necessidades e questionamentos dos educandos em relação à realidade é que determinarão a escolha do tema, que deverá ser significativo para suas vidas.

Estudo do tema – O tema pode ser estudado através de discussões, leituras e pesquisas. O método utilizado deve propiciar situações em que o educando possa expor sua compreensão da situação, o que sabe a respeito do assunto, para que o educador, a partir dessas premissas, possa trabalhar com a aprendizagem significativa, partindo dos conhecimentos prévios dos alunos e completando-os com novos conhecimentos.

Levantando as questões – É uma consequência do estudo do tema. As questões surgem a partir do envolvimento que educandos e educadores têm com o tema, e com a motivação que os move. A motivação intrínseca do aluno é a que deve ser priorizada pelo educador.

Formulação do modelo – Levantamento de hipóteses e análises a partir de uma pergunta transformada em problema matemático.

O conteúdo é sistematizado de maneira formal e abstrata à medida que as questões vão sendo analisadas ou que surgem novas perguntas. Nesse momento, deve ser discutido o fato de que o conteúdo matemático possui um significado em si mesmo, originado e relacionado com a realidade. Ensina-se a Matemática não só pela capacitação técnica que permita ao educando atuar de forma mais efetiva em seu meio, mas também objetivando sua humanização e personalização.

É importante lembrar, além disso, que o educando visa a aprovação num exame que exigirá tais conteúdos. É preciso atentar para o fato de que, muitas vezes, as “novas propostas” não levam em conta a valorização do conteúdo, que tem sido associada à educação tradicional. Quer seja ou não o “conteúdo formalizado” proposta da educação tradicional, está fora de discussão o fato que o “conteúdo” é fundamental para o desenvolvimento de um educando que atue e participe efetivamente da sociedade em que se insere.

Solução – O momento em que surgem novas questões é a solução do modelo. Neste momento, essas questões serão formuladas como problemas integrando-se ao ciclo, que é dinâmico, e requer uma validação, ou verificação da realidade, questionando-se a respeito de ser tal solução correta ou não. Em caso negativo, reinicia-se o processo, chegando à detecção do “erro” ou modelo.

Dessa forma a solução provém de idas e vindas do modelo à sistematização, dinamicamente, e o educador perceberá qual é o momento adequado para a volta ao modelo ou à sistematização. Por ser um processo dinâmico, ao longo de seu desenvolvimento haverá a colocação de novos questionamentos e de problemas análogos, que irão gerar atitudes indagadoras.

Aplicada ao processo de ensino-aprendizagem, a Modelagem Matemática, ou Modelação Matemática, não pode ser compreendida num nível técnico, como exposto anteriormente. É necessário extrapolar-se a “técnica” e buscar-se o “espírito” da Modelagem, que seria um método de ensinar Matemática a partir de passos já estabelecidos, mas exigindo uma análise mais profunda de muitas implicações educacionais que estão presentes no processo.

5.4.4 Avaliação na Modelação Matemática

Quer seja utilizada a Aprendizagem por Descoberta (ação da 1ª pessoa), ou a Aprendizagem por Instrução (ação da 3ª pessoa) é fundamental que o educando seja avaliado, pois a partir da avaliação será possível reorientar ou redirecionar o processo, muitas vezes buscando caminhos ainda não trilhados, no intuito de alcançar o objetivo proposto pelo professor. Para que a avaliação aconteça, o professor não pára de ensinar. O professor avalia para continuar ensinando da melhor forma, verificando o grau de aprendizado do aluno sob três aspectos: cognitivo, habilidade e comportamento, ou seja: saber, saber fazer e saber ser.

A apreensão do conhecimento, ou aspecto cognitivo (saber), pode ser avaliado através de provas, exercícios e trabalhos. Estas avaliações verificam a compreensão, criatividade, relacionamento de idéias e construção de conceitos.

O domínio de procedimentos gerais e específicos que levam à execução de atividades próprias e necessárias ao exercício de determinadas funções é denominado habilidade (saber fazer).

As habilidades podem ser:

- ✓ Habilidades gerais: redação, comunicação, resolução de problemas;

✓ Habilidades específicas: percepção e destreza.

O comportamento (saber ser) envolve ações e reações; respostas do educando a determinadas situações. A avaliação do comportamento levará em conta o interesse, iniciativa, assiduidade e nível de cooperação.

A Modelagem Matemática não tem modelo certo ou errado, verdadeiro ou falso; leva em conta, isto sim, o modelo mais ou menos refinado, bem diferente de certo ou errado.

O modelo mais refinado é aquele que diz mais a respeito do objeto de estudo, pois relaciona mais variações significativas do problema. A avaliação, sob este aspecto, atribui um significado muito especial ao desempenho do educando. BURAK (1992) reforça que a avaliação é um processo contínuo, que se faz presente durante todo o transcorrer das atividades, dessa forma levando em consideração múltiplos aspectos: iniciativa, discernimento, participação, criatividade, capacidade de interagir, persistência e compreensão do conteúdo matemático.

5.4.5 Considerações Finais

Um fato é inegável: não há como adotar-se a Modelação e Modelagem Matemática sem a cooperação da interdisciplinaridade.

O saber é uno, mas esta unidade perdeu-se ao longo do tempo pelo tratamento que lhe foi imposto, fragmentando-o. É uma exigência interna das ciências o estabelecimento da interdisciplinaridade, para que se possa melhor compreender e modificar o mundo.

Muitas vezes, porém, essa necessidade não se faz explícita por conta da distorção de certas realidades. Nem sempre compreende-se o verdadeiro espírito da interdisciplinaridade. Existe o risco de que as práticas interdisciplinares possam tornar-se práticas vazias,

consequência de um modismo que leve a discussões onde não se consiga chegar a nenhum resultado, ou se tornem meras proposições ideológicas que não questionem problemas reais.

Diferenciando-se os termos “integração” e “interdisciplinaridade” é que surge a noção de “interação”, que é uma condição imprescindível para o sucesso do trabalho interdisciplinar.

A interdisciplinaridade, que é uma necessidade para o conhecimento e modificação do mundo só se concretiza no processo ensino-aprendizagem pela eliminação das barreiras que existem não só entre as disciplinas, mas também entre as pessoas.

Para se superarem as barreiras entre as disciplinas é necessário que as instituições abandonem seus padrões conservadores e arraigados, busquem novos objetivos, e que as ciências comecem a compreender suas limitações.

Porém, mais difícil é derrubar barreiras entre as pessoas, onde se encontram preconceitos, acomodação e formação inadequada. Para que mudanças ocorram é necessário superar obstáculos tanto materiais quanto culturais, psicológicos e sociológicos.

O sucesso da prática interdisciplinar acontece na razão direta da instauração da pedagogia da comunicação ligada a uma metodologia e formação pedagógica adequada.

A utilização eficiente, flexível e refletida da Matemática em situações extra-Matemática, como demonstram experiências de todas as partes, exige muito mais que o conhecimento da Matemática pura, mesmo que com alto grau de sofisticação. É preciso haver aprendizagem, e portanto ensino, para poder praticar e analisar competentemente a aplicação e construção de modelos exteriores à própria Matemática.

Para que a Modelagem Matemática se faça um instrumento seguro e um elo de ligação entre os campos do conhecimento, há justamente que se abandonar preconceitos que surgiram com a visão das disciplinas como compartimentos estanques do saber.

O uso da Modelagem Matemática abre um campo seguro para a prática da interdisciplinaridade, mas esse trabalho requer tempo, dedicação e a vocação real para o novo. Não é fácil a tarefa dos educadores que se propõem elaborar um plano interdisciplinar. A participação ativa do educando é absolutamente necessária, e o educador precisa, a priori, estabelecer qual conteúdo subsumível poderá ser trabalhado pela Modelagem Matemática, para que a apreensão do conteúdo se faça duradoura.

Estabelecendo-se a cooperação dentro da prática de Modelagem Matemática, a interdisciplinaridade acaba impondo-se quase como uma necessidade. O professor orientará o aluno para que o mesmo busque respostas em campos de conhecimento outros, na medida em que se imponha a necessidade de apoio para o prosseguimento do trabalho.

A disposição de trabalhar em grupo, por parte dos professores, é que dará suporte à construção do conhecimento do aluno, que ao longo do trabalho conscientizar-se-á desse caráter interdependente entre as disciplinas que, somadas, levam ao saber.

O ensino não pode ser oferecido de maneira acabada. Deve-se priorizar o estudo que se valha da análise, discussão, troca de informação entre professores, alunos e o meio. A Modelagem e Modelação Matemática corroboram esse estudo.

Muitos professores manifestam, em seus depoimentos, não se sentirem prontos para mudar radicalmente seu método de ensinar Matemática, mas para trabalhar Modelagem Matemática, há que se fazer Modelagem. Surge então uma questão mais genérica: quando se está preparando para alguma coisa?

É a força da inércia que gera resistência ao novo, então, em vencendo-se a inércia, dar-se-á início às ações. É fundamental iniciar e, ao surgirem obstáculos, transpô-los, pois é para isso que obstáculos existem. Só assim romper-se-á com o estabelecido, o tradicional.

O método de Modelação Matemática não é estanque, é dinâmico e exige do professor o constante “aprender”. O professor não é o ser que tudo sabe, tudo orienta, como deixava transparecer o método tradicional. No contexto atual, o professor orienta seus alunos, pesquisa e aprende com eles. Assim, o professor estará sempre em processo de atualização e interação interdisciplinar e, talvez, a partir da iniciativa tomada através da Modelagem Matemática, a fusão entre disciplinas surja de forma natural, pois o próprio processo de desenvolvimento do tema abordado pela Matemática é que acabará direcionando alunos e professores das mais diversas áreas de estudo, tornando-se a interdisciplinaridade não uma prática imposta, mas uma necessidade que se impõe.

Lembram-se aqui as palavras de ROSSEAU (século XVIII): *“o crescimento é um processo espontâneo assim como nas plantas”*. Ao descrever a educação como crescimento, chamou a atenção para a continuidade do processo, da importância de se despertar o interesse da criança, motivá-la, etc. Como acreditava que a educação dá ideia livre às forças “Naturais” de desenvolvimento, afirmou: *“Ensine o que é útil à criança. As crianças só aprenderão o que perceberem ser de valor real e atual”*.

O capítulo que segue tem o objetivo de visualizar a aplicação da Modelação Matemática no contexto da prática escolar do ensino profissional na área de agropecuária.

CAPÍTULO VI

APLICAÇÃO DA MODELAÇÃO MATEMÁTICA NA APICULTURA

6.1 Apresentação da Modelação e Problemática na Apicultura

Ao organizar o programa da disciplina de Matemática para as primeiras e segundas séries do ensino médio no ano de 1999 / 2000, optou-se por trabalhar os conteúdos de forma interdisciplinar, simultaneamente com o processo de Modelação Matemática. Inicialmente, desenvolveu-se o processo e, posteriormente o conteúdo matemático. Colocaram-se à disposição dos alunos livros e fitas VHS sobre apicultura proporcionando aos mesmos um estudo sobre o tema. Abaixo citam-se algumas fitas utilizadas no processo de pesquisa dos alunos:

- ✓ Apicultura: Mel / Própolis / Geléia real;
- ✓ Apicultura: Manejo de colméia;
- ✓ Laboratório de Apicultura;
- ✓ Casa do Mel;
- ✓ Sintomas na presença de ácaros na colméia;
- ✓ Associação de apicultores;
- ✓ Cuidados com a colméia durante o inverno;
- ✓ Apicultura: Como iniciar seu apiário.

Seguindo as etapas do processo de modelação matemática, retomou-se o tema em forma de debate onde aconteceu a problematização (Questionamentos). Dentre os vários questionamentos levantados pelos educandos expõem-se somente os principais:

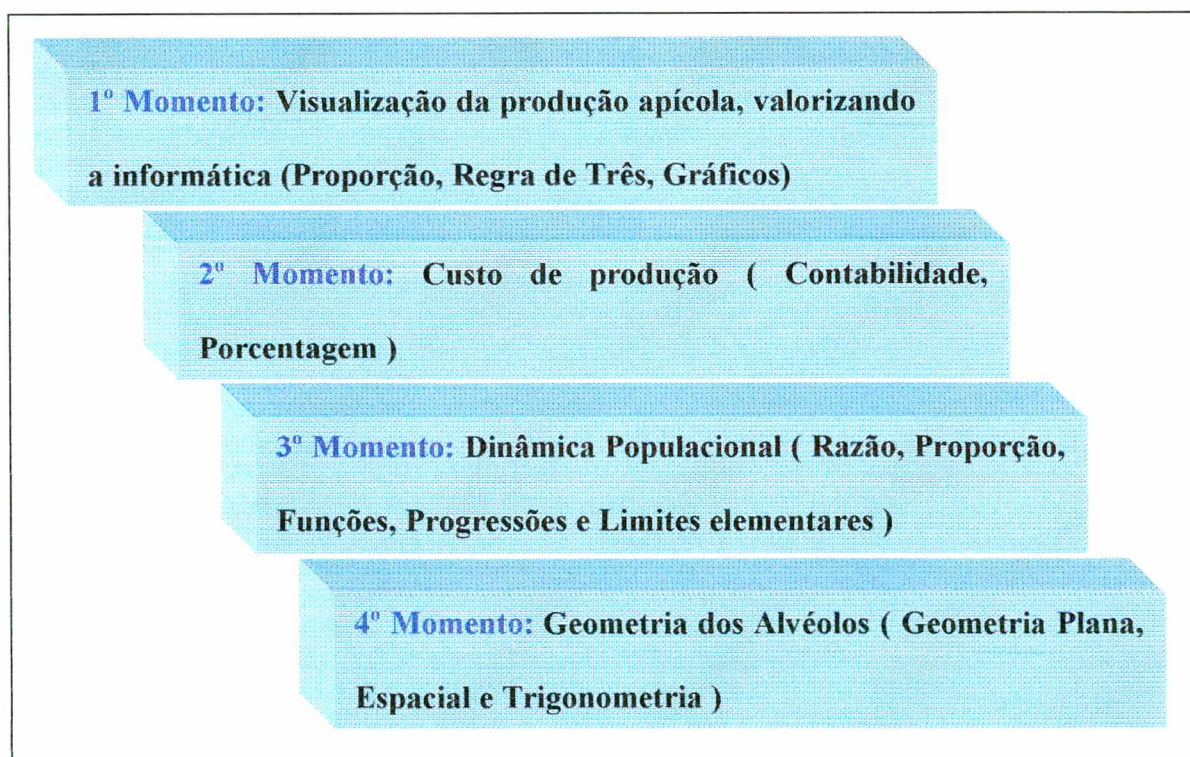
- (a) Por que os favos possuem forma hexagonal, formando um mosaico perfeito?
- (b) Qual é o volume e a área ocupada por cada alvéolo dentro do quadro?
- (c) Em uma colméia cada indivíduo exerce uma função específica?
- (d) Qual é a população inicial de uma colméia e sua taxa de mortalidade?
- (e) Como pode ser visualizada matematicamente a lei de formação de uma colméia até os 60 dias de vida?
- (f) Quantos quilogramas de mel em média as abelhas precisam consumir para produzirem um quilograma de cera?
- (g) Qual é o custo de produção para implantação de várias colméias?
- (h) Qual é a espessura da parede de um alvéolo e quanto pode suportar de peso?
- (i) Quantos quilômetros precisa voar uma abelha para coletar o néctar necessário para a produção de um quilograma de mel? E quantas viagens realiza em média por dia?
- (j) Existe algum valor relativo ao deslocamento da abelha em torno da colméia?
- (k) Qual a melhor forma de visualização estatística da produção apícola no Brasil?
- (l) Existe um ângulo ideal utilizado pelas abelhas na construção de seus alvéolos para que gastem uma menor quantidade de cera e possam obter a maior quantidade possível de mel?
- (m) Existe uma forma de comunicação específica entre as abelhas de uma colméia e a localização do alimento ou a comunicação é diferenciada de colméia para colméia?
- (n) Existe um fluxograma para a cadeia produtiva apícola?
- (o) Qual a amplitude social, econômica e científica da cadeia?

Para o pleno êxito do trabalho interdisciplinar, foram necessárias parcerias com os diversos segmentos do CAC.

De posse das questões específicas do tema “APICULTURA”, as mesmas foram divididas em grupos para um levantamento de dados e que juntamente com o grande grupo, foram debatidas e aplicadas aos conteúdos específicos das séries envolvidas (1ª série B: 1999 e 2ª série B: 2000).

Apresenta-se abaixo a relação entre alguns questionamentos e alguns tópicos da disciplina de matemática contidos no plano de curso.

Quadro 5 - Momentos do processo:



6.2 Visualização da Produção Apícola, Valorizando a Informática

O homem, através da visão, pode reconhecer rapidamente "padrões e formas". Assim, toda informação contida nas relações matemáticas, em muitas situações, podem ser apresentadas sob forma gráfica, buscando uma melhor compreensão da situação em destaque. Vê-se que a representação gráfica (diagramas, histogramas, etc) é uma ferramenta que muitas vezes pode substituir extensas tabelas de funções ou até mesmo tediosos cálculos numéricos.

No entanto, para que tenhamos uma visão global da variação de uma ou mais variáveis envolvidas num estudo qualquer, inicialmente é necessário que esses valores sejam apresentados em tabelas e gráficos, que irão nos fornecer rápidas e seguras informações, permitindo-nos determinar ações mais coerentes e científicas.

A **tabela** é um quadro que resume um conjunto de observações; já o **gráfico**, tem por objetivo produzir no investigador ou leitor em geral, uma impressão mais viva e rápida do fenômeno em estudo, permitindo chegar-se a conclusões sobre a evolução do fenômeno ou até mesmo sobre como se relacionam os valores da série. A escolha da forma gráfica ficará sempre a critério do analista ou pesquisador, tendo como ingredientes essenciais para ser útil, ter "simplicidade, clareza e veracidade".

Os gráficos estatísticos classificam-se em:

- ✓ Gráfico em Linha ou em Curva;
- ✓ Gráfico em Colunas ou em Barras;
- ✓ Gráfico em Colunas ou em Barras Múltiplas;
- ✓ Gráfico em setores.

Nesta etapa possibilitou-se aos estudantes da 2ª. Série B, integralizar a informação e comunicação através de conceitos matemáticos envolvidos com as disciplinas de Apicultura e

Informática. Após debate e troca de informações entre os grupos e os professores de geografia e matemática levantou-se um momento para reflexão:

Como apresentar visualmente a safra de mel através de tabelas e gráficos ?

Cada grupo procurou, a seu gosto, elaborar, através da confecção de tabela, uma forma gráfica que despertasse poder informativo.

Quadro 6 : Regiões de Santa Catarina e alguns municípios produtores de mel.

SUL DE SC	Araranguá	Criciúma	Tubarão		
VALE DO ITAJAI	Blumenau	Itajai			
REGIÃO SERRANA	Lages	Curitibanos			
NORTE DE SC	Canoinhas	São Bento do Sul	Joinville		
OESTE DE SC	Chapecó	Concórdia	Joaçaba	São Miguel do Oeste	Xanxerê
ALTO VALE DO ITAJAI	Ituporanga	Rio do Sul			
CAPITAL E REGIÕES	Florianópolis	Tijucas			
OUTRAS LOCALIDADES	Serra do Tabuleiro				

Tabela 4 – Produção de mel nas regiões de SC, CENSO 1995 – 1996

REGIÕES DO ESTADO DE SC	TONELADAS
SUL DE SC	594
VALE DO ITAJAI	99
REGIÃO SERRANA	941
NORTE DE SC	443
OESTE DE SC	1.287
ALTO VALE DO ITAJAI	154
CAPITAL E REGIÃO	138
OUTRAS CIDADES	152
TOTAL	3.808

Fonte: IBGE / Instituto CEPA/SC (2000;107)

Figura 15 : Gráfico da Produção de mel (em toneladas) nas regiões de SC segundo censo IBGE 1995 – 1996.

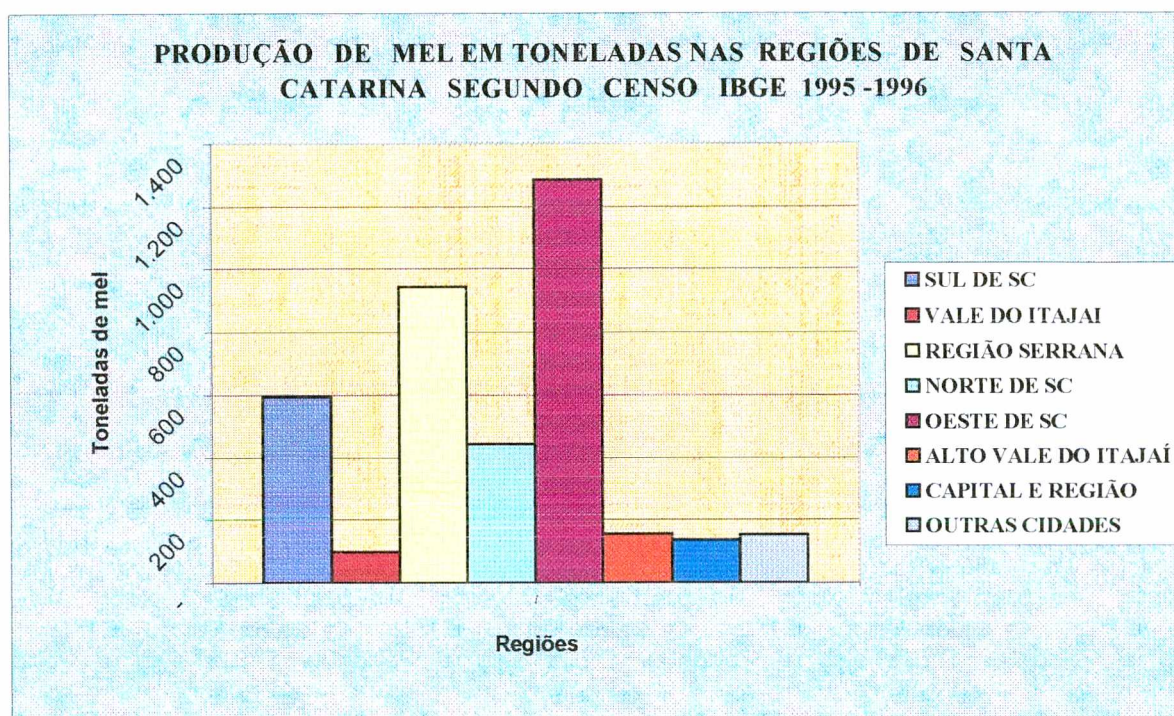


Tabela 5 – Produção de mel (em mil toneladas) nos estados do RS, SC e PR

ANO	RS	SC	PR
1995	5,8	8,2	7,6
1996	4,5	7,0	6,0
1997	3,8	4,0	3,6
1998	3,8	3,7	3,1
1999	4,0	3,7	3,2

FONTE: CBA (Confederação Brasileira de Apicultura), 2000

Figura 16: Gráfico da Produção de Mel (em mil toneladas) nos Estados de RS, SC e PR.

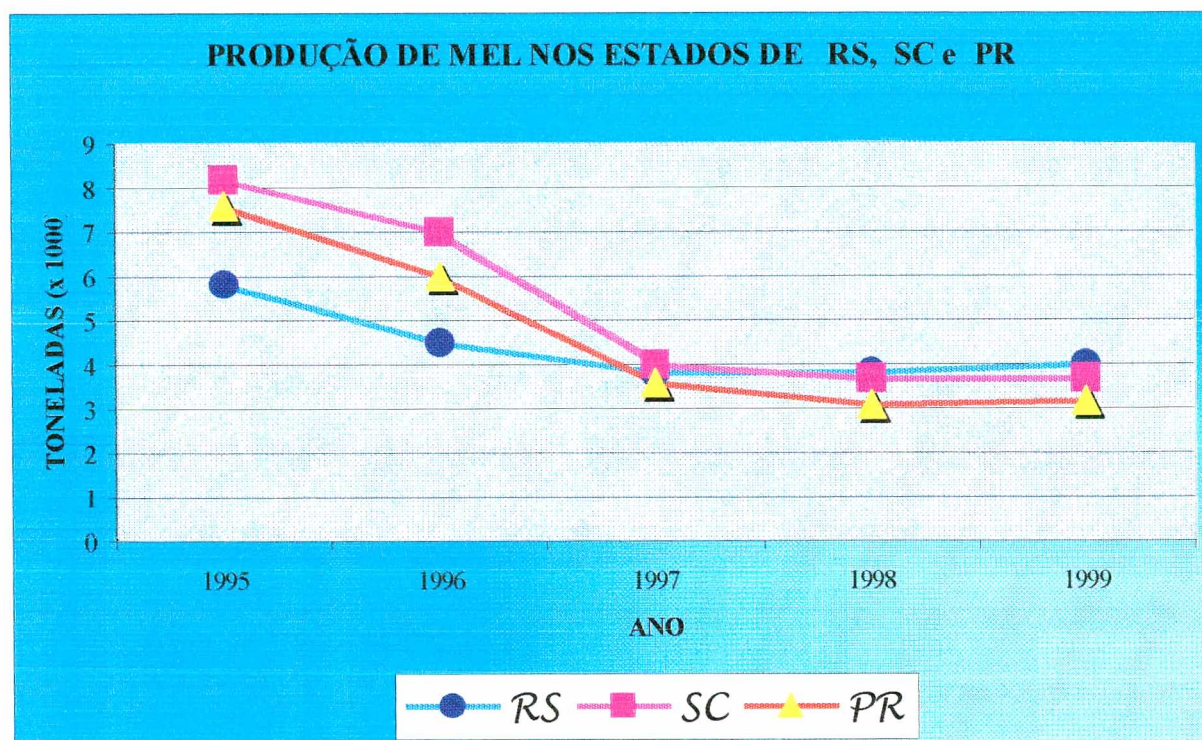


Tabela 6 : Produção percentual de mel nas regiões Centro Sul, Amazônia & Nordeste.

Ano	Centro Sul (%)	Amazônia & Nordeste (%)	BRASIL (em mil t)
1985	60,7	39,3	28,0
1995	69,0	31,0	34,5
1999	58,1	41,9	27,8

Fonte: CBA (Confederação Brasileira de Apicultura), 2000.

Apresentação de gráficos comparativos percentuais em diferentes períodos, referentes à produção de mel nas regiões Centro Sul , Amazônia e Nordeste.

Figura 16: Gráfico da Produção de Mel (em mil toneladas) nos Estados de RS, SC e PR.

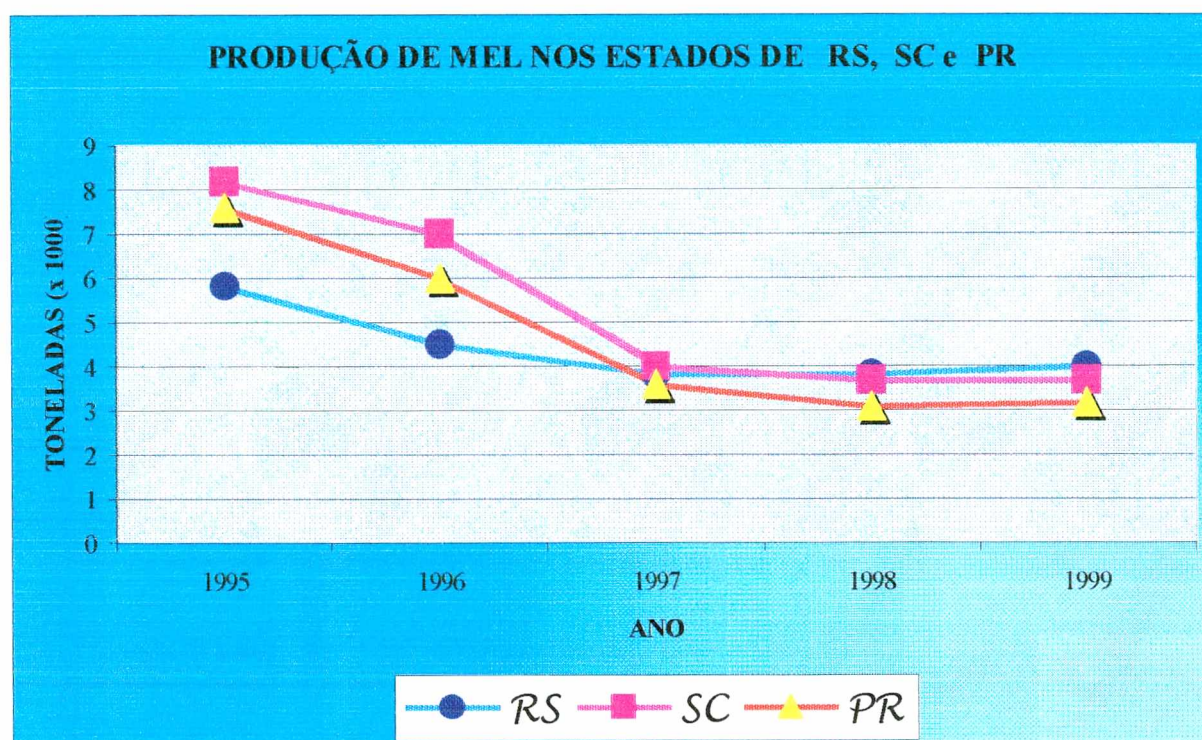


Tabela 6 : Produção percentual de mel nas regiões Centro Sul, Amazônia & Nordeste.

Ano	Centro Sul (%)	Amazônia & Nordeste (%)	BRASIL (em mil t)
1985	60,7	39,3	28,0
1995	69,0	31,0	34,5
1999	58,1	41,9	27,8

Fonte: CBA (Confederação Brasileira de Apicultura), 2000.

Apresentação de gráficos comparativos percentuais em diferentes períodos, referentes à produção de mel nas regiões Centro Sul , Amazônia e Nordeste.

Figura 17: Gráfico Percentual da produção de mel no Brasil em 1985.

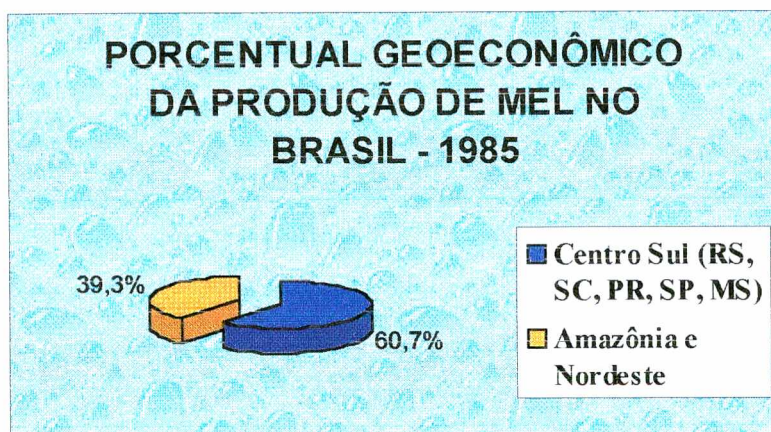


Figura 18: Gráfico Percentual da produção de mel no Brasil em 1995.

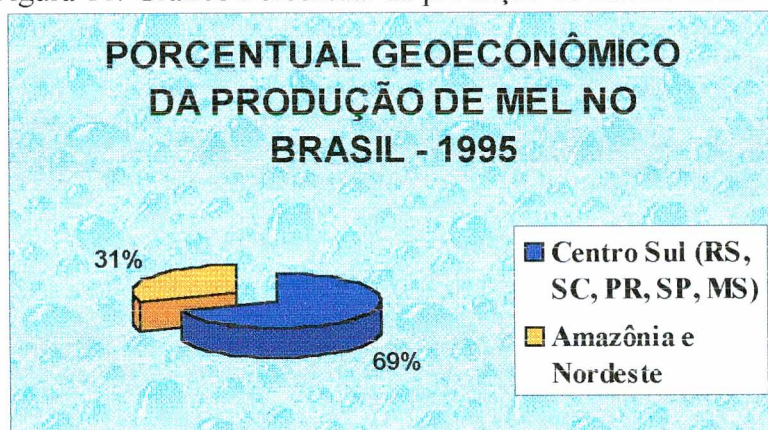


Figura 19: Gráfico Percentual da produção de mel no Brasil em 1999

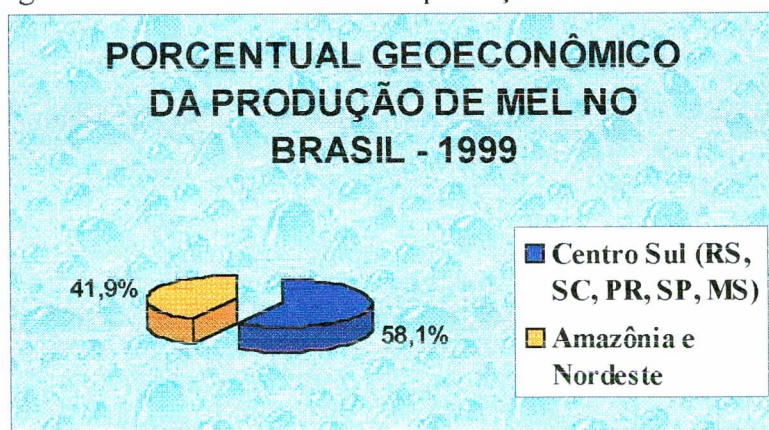
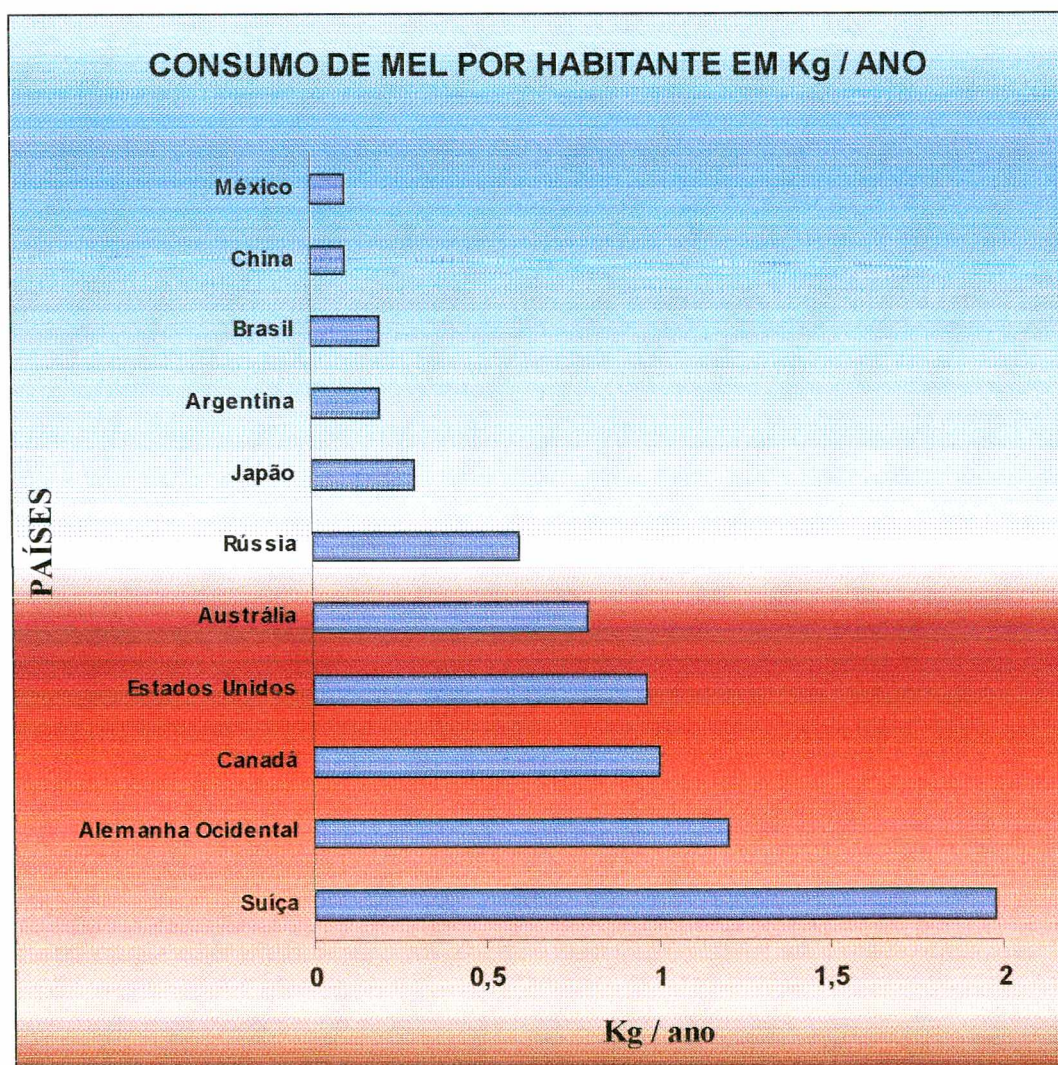


Tabela 7 – Consumo de mel (em Kg/ano) por habitante em alguns países no ano de 1986:

PAÍS	CONSUMO "Kg / ano"
Suíça	1,974
Alemanha Ocidental	1,2
Canadá	1
Estados Unidos	0,967
Austrália	0,8
Rússia	0,6
Japão	0,3
Argentina	0,2
Brasil	0,2
China	0,1
México	0,1

Fonte: STONOGA, 1990 e FUNESP/UNESP, 1996

Figura 20: Gráfico do Consumo de mel por habitantes (em Kg/ano) em alguns países no ano de 1986.



6.3 Custo de Produção

Após consulta feita aos alunos do 2º Série “B” do ensino médio no CAC, os mesmos levantaram a hipótese:

O custo médio anual por colméia na produção de mel para um apicultor é de R\$ 22,00, como apresenta o Centro de Referência em Pesquisa em extensão apícola (CEPEA – SC).

Diante desta hipótese, a turma foi dividida em duplas para realizarem um levantamento de dados da produção e gastos na implantação de colméias (caixas) de abelhas.

Os alunos desenvolveram vários cálculos quanto à quantidade de colméias (50, 100, 150, 200 cx).

Neste trabalho apresentar-se-ão valores relativos à instalação de 50 colméias (caixas). O trabalho foi desenvolvido pelos alunos Herivelton Delagnelo, Thiago dos Santos, Juliana Jane das Silva e Juvilhana da Silva. Ressalta-se que foram acrescentadas ao texto as alterações propostas pelo grande grupo.

6.3.1 Quadro de agregação de valor

6.3.1.1 Relação preço de custo X preço de mercado (produtor e consumidor):

As variações do preço do mel, considerando-se o valor do custo de produção em relação ao valor pago pelo intermediário e pelo consumidor final, são bastante acentuadas.

Segundo dados obtidos em 07/ 11/ 2000, junto à EPAGRI (Empresa de Pesquisa Agropecuária e Extensão Rural de Santa Catarina) via CEPEA (Centro de Referência em Pesquisa e Extensão Apícola), expõe-se que:

- ✓ O custo médio de produção no ano 2000 foi: R\$ 0,90/ Kg.
- Embora o custo dos insumos e outros tenham sido alterados, o desempenho ou produção das colméias também tem melhorado;
- O custo médio anual por colméia a campo, é de aproximadamente R\$ 22,00, considerando os manejos indispensáveis e, a amortização do investimento.

- ✓ Valor médio pago pelo intermediário :

Mel de eucalipto e a granel (tambor) = R\$ 1,30 a 1,50/ Kg;

Mel silvestre (multifloral) = R\$ 1,60 a R\$ 1,90/ Kg.

- ✓ Valor médio pago pelo consumidor final (SC) :

Mel de eucalipto = R\$ 3,50 a R\$ 4,00/ Kg;

Mel silvestre = R\$ 4,50 a R\$ 5,00/ Kg.

- ✓ Valor médio pago pelo consumidor final (SP/RJ) :

Méis escuros (eucalipto e outros) = R\$ 5,00 a 6,00/ Kg;

Méis claros = R\$ 7,00 a R\$ 9,00/ kg;

Exceção para o Mel de laranja = Acima de R\$ 10,00/ Kg.

Quadro 7: Custo da produção de mel - implantação de 50 caixas

ESPECIFICAÇÃO	QUANT.	VN UNITÁRIO(R\$)	VN TOTAL(R\$)	DTA (ANOS)	AMORTIZAÇÃO (R\$)
1) Capital Fundiário					
➤ Cercas	400 m	3,00/m	1200,00	20	60,00
➤ Galpão	30 m ² (5x6)	70,00/m ²	2100,00	40	52,50
2) Capital de Exploração					
➤ Fixo Vivo	50	15,00	750,00	-	-
➤ Enxames	50	6,00	300,00	-	-
➤ Rainhas					
3) Capital de Exploração Fixo Inanimado					
➤ Colméias completas	50	80,00	4000,00	10	400,00
➤ Cera alveolada	75kg	15,00	1125,00	-	-
➤ Fumigador	1	28,00	28,00	3	9,30
➤ Botas (pares)	2	22,50	45,00	3	15,00
➤ Macacão c/ máscara	2	69,50	139,00	3	46,30
➤ Luvas (pares)	2	7,00	14,00	3	4,60
➤ Arame 22	10 kg	9,40	94,00	3	31,30
➤ Preguinhas	500 g	3,00/kg	2,00	-	-
➤ Carretilha	2	15,00	30,00	15	2,00
➤ Garfo desoperculador	2	6,20	12,40	3	4,00
➤ Forno	1	6,00	6,00	15	0,39
➤ Martelo	1	8,00	8,00	5	1,60
➤ Telhas fibrocimento	17	4,50	76,50	10	7,65
➤ Tinta (3,6 litros)	5	30,00	150,00	10	15,00
➤ Centrífuga galvanizada (12 quadros)	1	351,00	351,00	25	14,00
➤ Tanque decantador (350 litros)	1	617,00	617,00	25	22,20
➤ Derretedor de cera (15 litros)	1	137,00	137,00	5	27,40
➤ Alimentadores Boardmann	50	2,40	120,00	5	24,00
➤ Cavaletes	50	5,00	250,00	15	16,60
➤ Tambores (75kg)	-	-	-	-	-
➤ Mesa desoperculadora (16 quadros)	1	366,00	366,00	25	14,60
TOTAL			11920,90		768,35

Observação: Duração Total Arbitrária (DTA) ou Vida Útil (VU) / Valor Novo (VN)

6.3.2 Custos variáveis (ano 2000)

6.3.2.1 Mão-de-obra

Quadro 8 : Custo da mão de obra

ATIVIDADE	HORAS/HOMEM/ ANO	HORA/HOMEM/ MÊS	REMUNERAÇÃO (R\$)
☛ Colocação de cera	25	2	3,48
☛ Povoamento	25	2	3,48
☛ Instalação	20	1,67	2,85
☛ Roçada	24	2	3,48
☛ Alimentação	80	6,67	11,40
☛ Revisões	240	20	34,20
☛ Distribuição de melgueiras	5	0,42	0,71
☛ Colheita	25	2,00	3,48
☛ Desoperculação	15	1,25	2,10
☛ Centrifugação	8	0,67	1,15
☛ Envase	10	0,83	1,42
☛ Derretimento de cera	5	0,42	0,71
☛ Deslocamento	24	2	3,48
TOTAL		41,93	71,94

6.3.2.2 Encargos sociais e custo mensal do empregado sobre 2,5 salários mínimo.

Quadro 9 : Encargos sociais e Custo mensal do empregado sobre 2,5 salários mínimo.

ENCARGOS	PORCENTAGEM (%)	CUSTO (R\$)
☛ 13º. Salário	8,33	5,99
☛ Férias e 1/3 Abono	11,11	7,99
☛ Aviso Prévio	8,33	5,99
☛ FGTS	8,00	5,75
☛ FGTS 40%	3,20	2,31
☛ INSS	28,80	20,71
TOTAL		48,74

6.3.2.3 Outros custos variáveis mensais

Quadro 10 : Outros custos variáveis mensais

ESPECIFICAÇÃO	QUANTIDADE	VALOR UNITÁRIO	VALOR TOTAL (R\$)
☛ Açúcar	20 Kg	1,20/Kg	8,00
☛ Combustível	10 litros	1,50/litro	15,00
☛ Manutenção			50,00
☛ Outros(15%)			15,00
TOTAL			88,00

Observações:

- 1) São considerados 4 meses de alimentação, sendo que o custo anual é diluído dentre os 12 meses do ano. Portanto, $(20\text{Kg} \times \text{R\$ } 1,20) \cdot 4/12 = 8,00$.
- 2) O valor da manutenção é obtido através de 50% da amortização mensal de uma caminhonete, cujo valor corresponde a R\$ 12000,00. Portanto, $\text{R\$ } 12000,00/10 = 1200,00/12 = 100,00 \times 0,50 = \text{R\$ } 50,00$.
- 3) O valor salarial corresponde a R\$ 377,50 ao mês.

6.3.2.4 Custo total de produção

1) CUSTOS VARIÁVEIS AO ANO (CVA)

CVA = (Mão de obra + Encargos sociais + Outros custos). 12 meses

$$\text{CVA} = \text{R\$ } (71,94 + 48,74 + 88,00) \cdot 12 = \text{R\$ } 2504,16$$

2) CUSTO TOTAL DE PRODUÇÃO (CTP)

CTP = Amortização + Custos variáveis

CTP = R\$ (768,35 + 2504,16) = **R\$ 3272,51**

3) CUSTO UNITÁRIO / Kg de MEL

CU / Kg de Mel = CPT / Produção anual de mel.

CU / Kg de Mel = R\$ 3272,51 / 2250 cx **Nota:** 50 cx . 45 Kg / cx = 2250 Kg

CU / Kg de Mel = **R\$ 1,45 / Kg de mel.**

4) CUSTO UNITÁRIO / COLMÉIA

CU / Colméia = CPT / Número de Colméias

CU / Colméia = R\$ 3272,51 / 50

CU / Colméia = **R\$ 65,45 / colméia**

6.3.3 Consideração Final

Embora o CEPEA tenha colocado que o custo médio anual por colméia a campo é de aproximadamente R\$ 22,00, considerando os manejos indispensáveis e, a amortização do investimento, constatou-se através dos cálculos que o custo unitário por colméia/ano será de aproximadamente R\$ 65,45 estando incluído o valor de manutenção do projeto com a participação de um apicultor com um salário mensal de 2,5 (dois e meio) SM, sendo este valor referente ao ano 2000.

6.4 Dinâmica Populacional de uma Colméia

Esta atividade contou com a colaboração dos alunos da 1ª.Série B, no ano de 1999.

A classe foi dividida em grupos de 4 (quatro) componentes, visando, além do conhecimento da localização de uma coordenada no plano cartesiano, trabalhar a construção de gráficos envolvendo a elaboração de uma expressão que melhor representasse o dado real, visualizando a idéia de função constante, crescente e decrescente; assim como função do 1º grau, razão trigonométrica, função do 2º grau (Quadrática), função Exponencial, função Logarítmica e fornecendo a idéia de limites elementares.

Cabe aqui ressaltar que só foi possível a concretização da proposta mediante alguns conhecimentos e experiências adquiridas a partir do ano de 1995, através de cursos e pesquisas a campo, como também consultas bibliográficas, com a participação da classe envolvida neste processo de ensino – aprendizado.

6.4.1 Quem é quem na colméia

O homem, que conhece o valor das abelhas há milhares de anos, tenta encontrar as formas mais adequadas de se beneficiar do seu trabalho. Para isso foi preciso estudar e entender seu complexo comportamento e seus hábitos. Colocam-se algumas considerações:

- ✓ Em uma colméia, as operárias são a maioria e compõem mais de 90% da população.
- ✓ São as fêmeas, estéreis, que variam entre 50 e 80 mil, encarregadas de executar quase todo o trabalho da colônia.

- ✓ Elas nascem de ovos fecundados da rainha e sua vida é curta, raramente ultrapassam 42 dias e só em situações de abundância excepcional de flores e mel chegam aos 3 meses.
- ✓ A abelha é tomada por intensa atividade. Suas tarefas são de comando e reprodução da colméia. Logo aos 3 minutos de vida, após saírem dos alvéolos, elas começam a trabalhar. Sua primeira tarefa é cuidar da limpeza e da nutrição das larvas menores, que são alimentadas cerca de 1.300 vezes por dia. E, à medida que seu corpo evolui, paulatinamente vão assumindo novas tarefas.
- ✓ Numa colméia existem em média 80.000 operárias (faxineira, nutriz, engenheira, guardiã, coveira e coletora) - vida média de 40 dias.
- ✓ Uma colméia tem aproximadamente 400 zangões - o zangão tem uma única finalidade: fertilizar a rainha. Após a fertilização ele morre - vida média de 80 dias.
- ✓ A rainha coloca até 3.000 ovos/dia (capacidade de postura), correspondendo a duas vezes o seu peso. Esta quantidade depende da área disponível para a postura, da qualidade genética da rainha e das condições florais e climáticas do meio.
- ✓ O processo de maturação dos ovos ocorre em 21 dias, sendo que a rainha tem vida média de 5 anos.
- ✓ Toda abelha tem possibilidade de pôr ovos, no entanto só a rainha pode reproduzir, pois a mesma só se alimenta de geléia real desde a fase larval, enquanto as operárias se alimentam de mel e do pólen. A abelha rainha possui em sua parte anterior um órgão (espermateca) que na sua fase de maturação pode ou não ser fecundado; se fecundado gera outra rainha, caso não fecundado, nascem os zangões que não têm pai.
- ✓ Na primavera e verão aumenta a postura das abelhas.

6.4.2 Situação problema 01

(I) Qual a taxa média de mortalidade, sabendo-se que a população inicial é de 10.000 abelhas?

(situação levantada pelo professor, resolvida por três grupos da classe).

Dados a serem considerados no estudo do crescimento populacional:

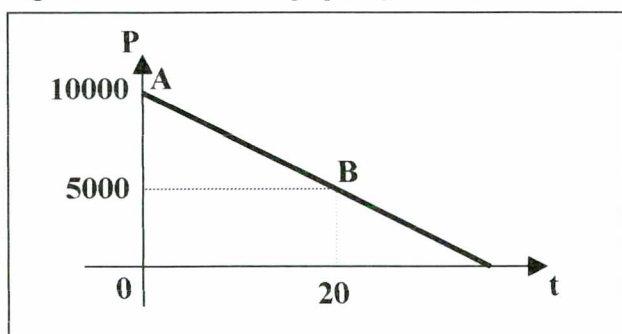
- A abelha rainha põe: 2000 ovos / dia;
- Período de tempo entre a postura e o nascimento de uma operária: 21 dias;
- População inicial de abelhas: 10000;
- Tempo de vida de uma operária (em média): 40 dias;
- A população de uma colméia gira entre 60 a 80 mil abelhas.

Supondo que a relação é linear e que as abelhas estejam com a idade mais ou menos equidistribuída.

Considera-se que cada enxame esteja distribuído por idade, existindo um mesmo número de habitantes nas colméias.

Assim pode-se mostrar graficamente:

Figura 21: Gráfico da população de uma colméia no período entre 0 a 20 dias

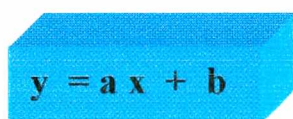


$P(0) = 10.000$ (inicial)
 $P(20) = 5.000$ (população aos 20 dias)

Supondo que a população num intervalo de tempo decresce linearmente (em linha reta), analogamente supõe-se que seja uma função do 1º grau. Baseado nos dados coletados através de pesquisa teórica realizada pelos grupos, solicitou-se que um dos alunos apresenta-sse a definição de função no quadro negro.

Função do 1º grau é toda função polinomial representada pela expressão matemática $f(x) = ax + b$ ou $y = ax + b$, com $a, b \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, definida para todo x real.

De posse das coordenadas $A(0, 10000)$ e $B(20, 5000)$, chega-se à taxa de mortalidade diária de uma colméia:



$$y = ax + b$$

$$\begin{cases} 10.000 = a(0) + b \\ 5.000 = a(20) + b \quad (\text{Sistema de funções. do 1º grau}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{b = 10.000} & \text{equação 1} \\ 20a + b = 5.000 & \text{equação 2} \end{cases}$$

Substituindo-se o valor de **b** na equação 2, chega-se ao número de abelhas mortas por dia:

$$20a = 5.000 - 10.000$$

$$20a = -5.000$$

$$\mathbf{a = -250}$$

Logo, a expressão da função do 1º grau será:

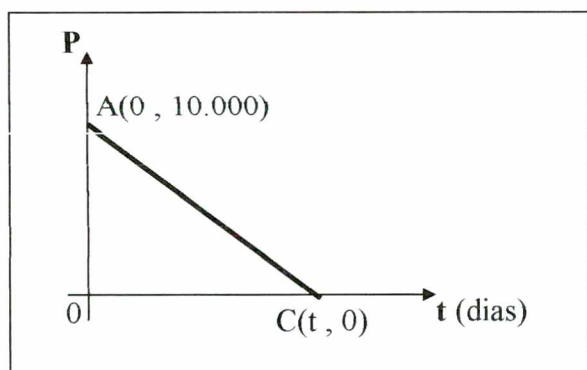
$$y = a x + b$$

$$y = - 250 x + 10.000 \quad \Rightarrow \quad P(t) = - 250 t + 10.000$$

Após a apresentação do aluno definindo o que é uma função no quadro negro e de posse de conhecimentos partilhados com o professor, os alunos reuniram-se em grupos para aplicar os dados extraídos da pesquisa teórica obtendo assim a expressão acima exposta.

Esta função nos proporciona, por hipótese, descobrir o tempo de vida média (em dias) de uma abelha. Através do zero da função (**raiz** - valor que o gráfico intercepta o eixo **t** ou valor de **t** que anula **P**), constata-se que:

Figura 22 : Gráfico do tempo de vida média (em dias) de uma abelha



$$C(t, 0) \quad P = - 250t + 10.000$$

$$0 = - 250t + 10.000$$

$$250t = 10.000$$

$$t = 40 \text{ dias}$$

"Quando completa 40 dias a abelha morre".

**Supondo que as abelhas estejam com idades mais ou menos
eqüidistribuídas e com vida média de 40 dias.**

Ajuste = população / vida média

Razão(r) = variação da população / intervalo de tempo

$$r = \Delta p / \Delta t$$

$$r = (P_{40} - P_0) / (t_{40} - t_0)$$

$$r = -10.000 / 40 = - 250$$

A razão ou "taxa média de mortalidade" é de "*250 abelhas/dia*" nos 40 dias.

**(II) Qual a lei de formação de um novo enxame (nova colméia), sabendo que
no momento em que elas se alojam a população é de 10.000 operárias?**

(Situação levantada pelo professor, resolvida pelo restante dos grupos da classe).

A população está eqüidistribuída.

Dados:

- ✓ $P(0) = 10.000$.
- ✓ cada ovo leva 21 dias para nascer.
- ✓ idade média é 40 dias.
- ✓ nascem 2.000 abelhas por dia.

1º. Passo - Analisar a população nos primeiros 20 dias ($0 \leq t \leq 20$)

A sequência numérica (Progressão Aritmética – P.A.) do problema, foi apresentada atribuindo-se que a razão da taxa de mortalidade é de 250 abelhas / dia (a cada dia morrem 250 abelhas). Um dos grupos orientado pelo professor expôs outro modelo matemático no período de 0 a 20 dias porém este resolvido pelo termo geral de uma progressão aritmética (P.A).

$$(a_1 , a_2 , a_3 , \dots , a_{19} , a_{20} , a_{21})$$

$$(10.000, 9.750, 9.500, \dots , 5500, 5250, 5000)$$

$$(t_0 , t_1 , t_2 , \dots , t_{18} , t_{19} , t_{20})$$

Termo geral de uma Sucessão Aritmética

$$A_n = a_1 + (n - 1) . r$$

A cada termo está se adicionando uma constante (- 250). Observa-se que até o 20º. dia a população da colméia diminui (função decrescente). Assim pode-se chegar à expressão:

$$P(0) = 10.000 + 0(-250) = 10000$$

$$P(1) = 10.000 + 1(-250) = 9750$$

$$P(2) = 10.000 + 2(-250) = 9500$$

$$P(3) = 10.000 + 3(-250) = 9250$$

$$\dots \dots \dots$$

$$P(t) = 10.000 + t(-250)$$

“ Modelo Matemático ”

$$P(t) = 10.000 - 250 t$$



“ t ” em dias $0 \leq t \leq 20$

2º. Passo - Lei de formação no período de $20 < t \leq 40$

No intervalo de tempo do 21º. dia ao 40º.dia, continuam morrendo 250 abelhas/dia, porém nascendo a cada dia 2000 abelhas. Significa dizer que tem-se uma taxa de sobrevivência de 1750 abelhas/dia. O enxame começa a aumentar (função crescente). Portanto tem-se que:

$$P(20) = 5.000 - 0 \cdot (250) + 0 \cdot (2.000) = 5.000$$

$$P(21) = 5.000 - 1 \cdot (250) + 1 \cdot (2.000) = 6.750$$

$$P(22) = 5.000 - 2 \cdot (250) + 2 \cdot (2.000) = 8.500$$

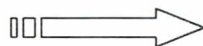
$$\dots \dots \dots$$

$$P(40) = 5.000 - 20 \cdot (250) + 20 \cdot (2.000) = 40.000$$

$$P(t) = 5.000 - (t - 20) \cdot (250) + (t - 20) \cdot (2.000), \text{ implica que:}$$

$$P(t) = 5000 - 250t + 5000 + 2000t - 40000$$

$$P(t) = 1750t - 30.000$$



$$\text{se } 20 < t \leq 40$$

Na classe, dois grupos preferiram utilizar a análise por meio de sistema de funções, com o seguinte enfoque:

Deseja-se encontrar a lei de formação no período de tempo $20 < t \leq 40$

$$P(t) = -250t + 10.000$$

$$P(20) = -250(20) + 10.000 = 5.000$$

$$P(21) = -250(21) + 10.000 = 6.750$$

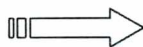
$$P(t) = at + b$$

$$B(20, 5.000)$$

$$D(21, 6.750)$$

$$P(t) = 40.000 + 2.000t - 80.000$$

$$P(t) = 2.000t - 40.000$$



se $40 < t \leq 60$

4º. Passo - Lei de formação no período de $t > 60$.

A partir do 61º. dia a taxa de natalidade é igual à taxa de mortalidade, ou seja, passam a nascer e morrer 2000 abelhas/dia. Assim, observa-se que a população na colméia não se altera (função constante)

$$P(60) = 80.000$$

$$P(61) = 80.000 - 2.000 + 2.000 = 80.000$$

$$P(62) = 80.000 - 2.000 + 2.000 = 80.000$$

.....

$P(t) = 80.000, \text{ se } t > 60$

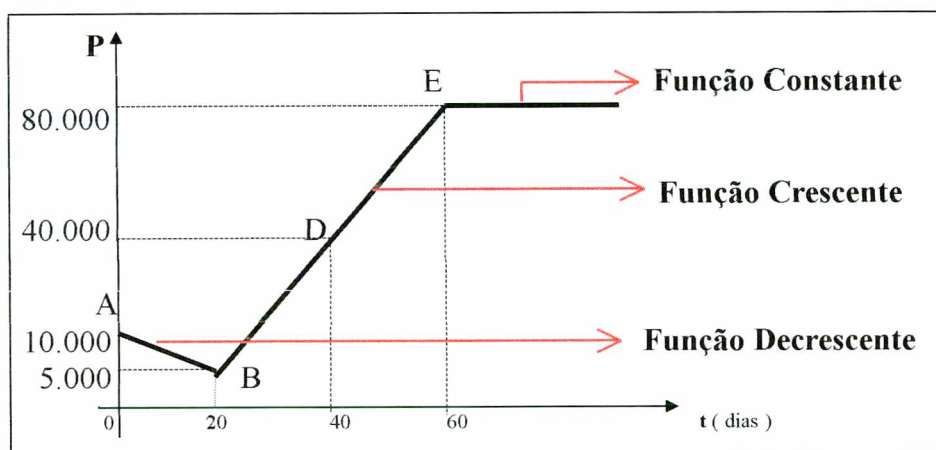
Levará 60 dias para se formar uma nova colméia.

(III) Como representar graficamente as Leis de Formação num plano cartesiano ortogonal ?

Agrupando-se os modelos formados tem-se o seguinte sistema de funções:

$$P(t) = \begin{cases} -250t + 10.000, & \text{se } 0 \leq t \leq 20 \\ 1.750t + 30.000, & \text{se } 20 < t \leq 40 \\ 2.000t + 40.000, & \text{se } 40 < t \leq 60 \\ 80.000, & \text{se } t > 60 \end{cases}$$

Figura 23 : Gráfico representando a população de uma colméia em t dias.



(IV) Como envolver a Função do 2º grau (quadrática) na Apicultura?

Função do 2º grau é toda função polinomial representada pela expressão

$f(x) = a x^2 + b x + c$, com $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$, definida para todo x real.

Na sentença matemática, tem-se que:

- ✓ As letras x e $f(x)$ representam as variáveis independente e dependente;
- ✓ As letras a e b são denominadas coeficientes;
- ✓ A letra c é denominada termo independente;
- ✓ Representação Gráfica: Parábola.

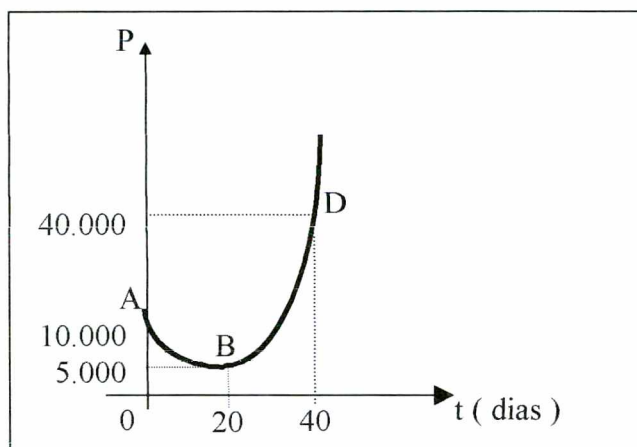
Figura 24 : Gráfico da população de uma colméia até 40 dias

Dados:

$$P(0) = 10.000$$

$$P(20) = 5.000$$

$$P(40) = 40.000$$



De posse dos dados visualizados no gráfico acima, constrói-se o sistema:

$$y = ax^2 + bx + c \text{ "função quadrática"}$$

Coordenadas A(0 , 10000), B(20 , 5000) e C(40 , 40000)

$$\begin{cases} 10.000 = a(0)^2 + b(0) + c \\ 5.000 = a(20)^2 + b(20) + c \\ 40.000 = a(40)^2 + b(40) + c \end{cases}$$

$$\begin{cases} c = 10.000 & \text{equação I} \\ 400a + 20b + 10.000 = 5.000 & \text{equação II} \\ 1.600a + 40b + 10.000 = 40.000 & \text{equação III} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 400a + 20b = -5.000 & \times (-4) \\ 1.600a + 40b = 30.000 \end{cases}$$

$$\begin{array}{rcl}
 & \left\{ \begin{array}{l} - 1.600 a - 80 b = 20.000 \\ 1.600 a + 40 b = 30.000 \end{array} \right. \\
 + & & \\
 & - 40 b = 50.000 \\
 & \mathbf{b = - 1.250}
 \end{array}$$

Substituindo-se o valor de **b** na equação II, chega-se ao valor de **a** :

$$400 a + 20 b + 10.000 = 5.000$$

$$400 a = - 5.000 - 20 (- 1.250)$$

$$a = 20.000 / 400$$

$$\mathbf{a = 50}$$

A "função do 2º grau" poderá ser expressa com a seguinte estampa:

$$\boxed{f(x) = a x^2 + b x + c} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P(t) = 50 t^2 - 1.250 t + 10.000}$$

No entanto, um aluno da classe questionou os grupos sobre qual seria a população da colméia aos 60 dias. Os colegas, substituindo na função, encontraram que:

$$P(60) = 50 (60)^2 - 1.250 (60) + 10.000$$

$$P(60) = 50 (3.600) - 75.000 + 10.000$$

$$P(60) = 180.000 - 75.000 + 10.000$$

$$\mathbf{P(60) = 115.000 abelhas}$$

Após breve reflexão, constata-se que a população média de uma colméia está entre 60 a 80 mil abelhas. Logo, aos 60 dias já existirão dois enxames.

Observação:

Foi levantado aos grupos e ao professor de Apicultura, quanto tempo decorrerá para que a população da colméia seja de 80.000 abelhas? (Como mostrar matematicamente ?)

$$50 t^2 - 1.250 t + 10.000 = 80.000$$

$$50 t^2 - 1.250 t - 70.000 = 0 \quad (\div 50)$$

$$t^2 - 25 t - 1400 = 0$$

equação do 2º grau completa

$$\Delta = b^2 - 4 a c$$

$$\Delta = (25)^2 - 4 \cdot (1) \cdot (-1400)$$

$$\Delta = 625 + 5600$$

$$\Delta = \mathbf{6225}$$

$$t = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2 a}$$

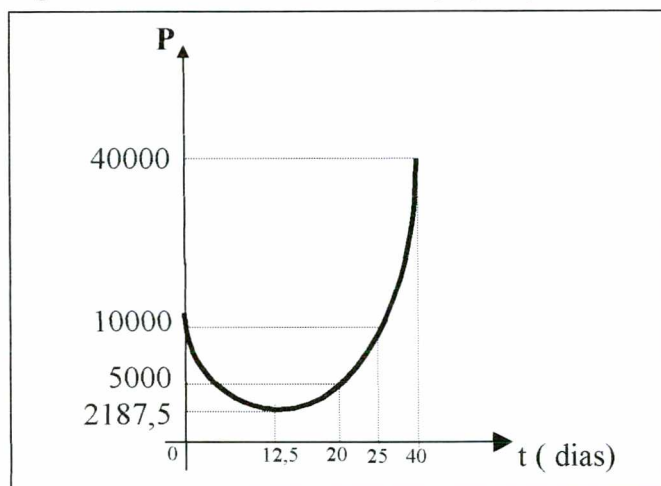
$$t = \frac{(-25) \pm \sqrt{6225}}{2 \cdot (1)}$$

$$t \cong \frac{25 \pm 78,89}{2}$$

$$t' \cong \frac{-26,945}{2} \cong -13,47 \text{ (não satisfaz)}$$

$$t'' \cong \frac{103,89}{2} \cong \mathbf{51,94} \text{ (51 dias 22 horas e 33 minutos)}$$

Figura 25 : Gráfico detalhado da população de uma colméia até 40 dias



$$P(t) = 50t^2 - 1250t + 10000$$

$$50t^2 - 1250t + 10000 = 10000$$

$$50t^2 - 1250t = 0$$

equação do 2º grau incompleta

$$50t(t - 25) = 0$$

$$50t = 0 \Rightarrow t' = 0$$

$$t - 25 = 0 \Rightarrow t'' = 25 \text{ dias}$$

Considerando a função $P(t) = 50t^2 - 1250t + 10000$, ao atribuir $t = 12,5$ dias ter-se-á:

$$P(12,5) = 50(12,5)^2 - 1250(12,5) + 10000 =$$

$$P(12,5) = 7812,5 - 15625 + 10000$$

$$P(12,5) = 2187,5 \text{ abelhas}$$

Fazendo parte do programa da 1ª Série do Ensino Médio o conteúdo envolvendo funções exponenciais, surgiu o questionamento nos professores de Apicultura e Matemática, como também nos grupos pré-estabelecidos:

(V) Como envolver a Função Exponencial na Apicultura?

Chama-se **função exponencial** toda função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+^*$, tal que $f(x) = a^x$, em que a é uma constante real positiva e diferente de 1.

Após reflexão sobre a cadeia apícola, como também pesquisa em livros e anotações tiradas de bancos escolares, cita-se aqui a contribuição dos professores Rodney Bassanezi (UNICAMP - SP), Maria Salett Biembengut (FURB - SC) e alunos do CAC, chegou-se à seguinte conclusão:

- ✓ Morrem por dia: 250 abelhas;
- ✓ $P_0 = 10000$;
- ✓ $i_m = 250 / 10000 = 0,025 = 2,5\%$ (*taxa de mortalidade*);

Para determinar a taxa de sobrevivência, basta fazer a diferença do total ($100\% = 1$) e a taxa ou índice de mortalidade das abelhas.

- ✓ $i_s = 1 - 0,025 = 0,975 = 97,5\%$ (*taxa de sobrevivência*).

$$P(0) = 10.000$$

$$P(1) = P(0) \cdot (0,975)^1 = 10000 \cdot (0,975)^1 = 9750$$

$$P(2) = P(0) \cdot (0,975)^2 = 10000 \cdot (0,975)^2 = 9500$$

... ..

$$P(t) = 10000 \cdot (0,975)^t$$

Função Exponencial

Foi solicitado a todos os grupos que determinassem:

(a) Qual a população por volta dos dez dias?

$$\lim_{t \rightarrow 10} 10000 \cdot (0,975)^t = 10000 \cdot (0,975)^{10} = 7763 \text{ abelhas}$$

(b) Qual a população daqui a dez dias?

$$P(t) = 10000 \cdot (0,975)^t$$

$$P(10) = 10000 \cdot (0,975)^{10} = 7763,29$$

$$P(10) = 7763 \text{ abelhas}$$

(c) Quanto tempo levará para a população atingir 7763 operárias?

$$10000 \cdot (0,975)^t = 7763$$

$$(0,975)^t = \frac{7763}{10000}$$

$$(0,975)^t = 0,7763$$

Para determinar o valor de t , utiliza-se como artifício multiplicar o 1º e 2º membros da equação por logaritmo na base 10.

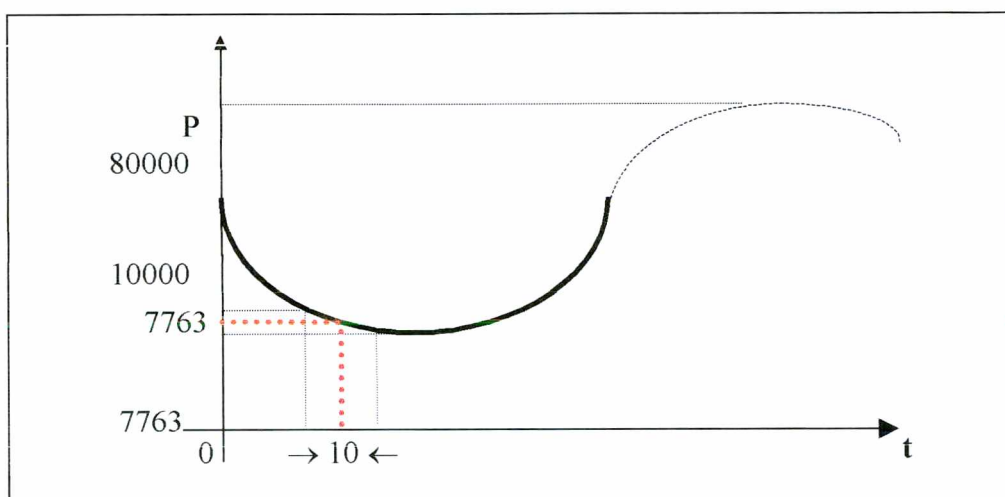
$$\log (0,975)^t = \log 0,7763$$

$$t \cdot \log 0,975 = \log 0,7763$$

$$t = \frac{\log_{10} 0,7763}{\log_{10} 0,975} = 10,00181 \cong \mathbf{10 \text{ dias}}$$

Utiliza-se a idéia de **limite** sempre que ocorrer a necessidade de uma análise para interpretar a tendência de convergência. Por exemplo:

Figura 26 : Gráfico representando a idéia de limite



(d) Nestas condições quanto tempo levará para a população desaparecer?

$$\lim_{t=?} 10.000 (0,975)^t = 0$$

$$(0,975)^t = 0 / 10.000$$

$$\ln 0,975^t = \ln 0$$

Multiplicando ambos os membros por logaritmo neperiano (\ln)

$$t \cdot \ln 0,975 = \ln 0$$

\nexists

Na situação levantada a população nunca irá desaparecer. Sendo assim, o infinito para uma população de abelha é os seus 40 dias de vida.

$$P(21) = P_{20} \cdot 0,975 + 2000$$

$$P(22) = P_{21} \cdot 0,975 + 2000$$

$$P(23) = P_{22} \cdot 0,975 + 2000$$

Visualizando em função de P_{20} pode-se deduzir que:

$$P(22) = P_{20} \cdot 0,975^2 + 2000 \cdot 0,975 + 2000$$

$$P(23) = P_{20} \cdot 0,975^3 + 2000 \cdot 0,975^2 + 2000 \cdot 0,975 + 2000$$

$$P(n) = P_{20} \cdot 0,975^{(n-20)} + 2000 [1 + 0,975 + \dots + 0,975^{(n-21)}]$$

Soma de uma PG finita

$$S_n = \frac{a_1 - a_n \cdot q}{n - q}$$

$$P(n) = P_{20} \cdot 0,975^{(n-20)} + 2000 \left[\frac{1 - 0,975^{(n-20)}}{1 - 0,975} \right]$$

$$P(n) = P_{20} \cdot 0,975^{(n-20)} + 80.000 \cdot 0,975^{(n-20)} + 80.000$$

(e) Qual será a população da colméia após transcorrido muito tempo?

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} P(n) = P_{20} \cdot 0,975^{(n-20)} + 80000 \cdot 0,975^{(n-20)} + 80000 = \mathbf{80000 \text{ abelhas.}}$$

6.5 Geometria dos Alvéolos

A cera é o primeiro e principal material de construção na arquitetura dos favos pelas abelhas, não vindo de fora, mas sendo um produto fisiológico produzido dentro da colméia pelas "abelhas cerieiras" (donzelas da coletividade).

A matéria prima da cera é o próprio mel e o aparelho manipulador é o próprio corpo da abelha. Elas engolem e digerem o mel, transformando o alimento em gordura e, em 24 horas, já estarão fornecendo cera, resultante de seu laboratório físico-químico compreendendo um complexo de ácidos graxos, entre os quais o cerótico e o palmítico.

Para que se realize essa função orgânica é preciso que as cerieiras tenham enchido o estômago ou papo de mel e pólen, dispondo de um número suficiente de abelhas para assegurarem o calor necessário (temperatura entre 33°C e 36°C).

Quando elas se entrelaçam, agarradas umas às outras pelas patas, formando colares e bolos cada vez mais compactos, seja no enxame ou na colméia, outra coisa não pretendem senão abafar o ambiente, provocando calor necessário para a confecção da cera.

Reforça-se que o estômago é apenas uma expansão do ápice do esôfago, muito embora receba este nome, sua estrutura não tem qualquer atividade digestiva. Sua principal função é a de carregar e transportar o néctar das flores para a colméia. O estômago suporta no máximo 100 mg de néctar, entretanto uma abelha conduz, em média, 20 a 40 mg, por viagem.

WIESE (1987: 422) coloca que:

A secreção ou destilação é feita por 4 pares de glândulas cerígenas, localizadas nos segmentos ventrais do abdômen, pela parte de baixo (na barriga da abelha).

A cera então, segregada em forma de líquido, aflora nos tergitos do abdômen, onde acumula e se solidifica em pequeninas escamas transparentes ou placas branco-marfim, ou seja de cor pérola. Sendo

retiradas pela cerieira por meio de garras e esporões das patas intermediárias e levadas à boca, onde são amassadas pelas mandíbulas rasas em ação conjunta com as patas dianteiras, que funcionam como se fossem as mãos da abelha.

Durante a mastigação dos pequenos flóculos, a cera é amalgamada de mistura com uma saliva especial microespumosa que a amolece e só é retirada desse original, "amassada", quando tiver adquirido uma plasticidade que a torne suficientemente maleável para ser utilizada na construção dos favos.

As abelhas que produzem cera estão na faixa de idade de 13 a 18 dias. As abelhas muito jovens não a produzem e nas abelhas muito velhas as glândulas ceríferas atrofiam.

Pesquisadores já demonstraram que para a produção de 1(um) Kg de cera são necessários 10 Kg da ingestão de mel.

FREE (1980), relata que através de pesquisa constatou que "a espessura das paredes dos alvéolos ou células é aproximadamente de 2 mm, podendo suportar um esforço de até 30 vezes o correspondente de seu peso. O ângulo formado pelas paredes das células é de 120 graus e a distância entre favos é de 9,5 mm. Os erros são de 2 milésimos de milímetro".

Alguns pesquisadores apresentam a idéia de que "para produzir 77.000 alvéolos, são necessárias 66.000 abelhas/h, utilizando 1Kg de cera. Estes alvéolos podem suportar 22 Kg de mel, ou seja, mais de 20 vezes o peso da cera".

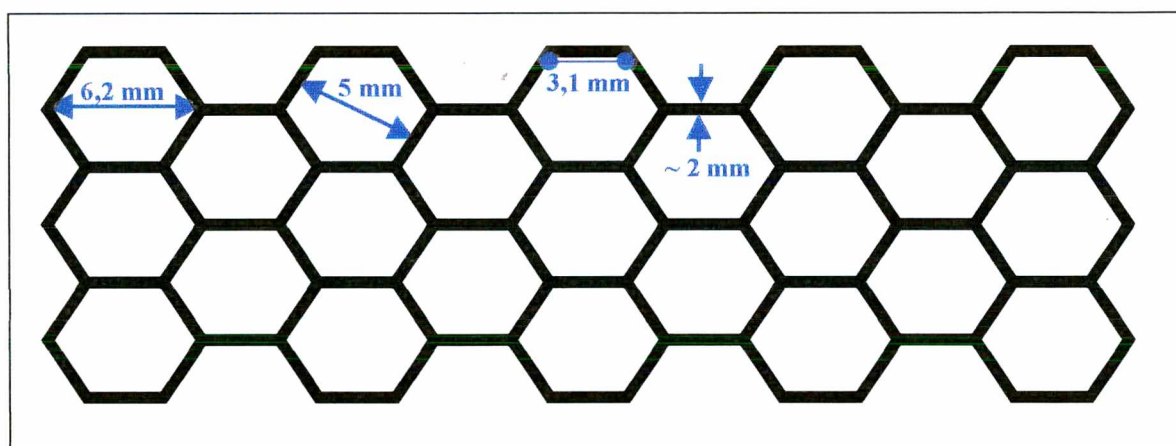
Existem diferenças nítidas, de tamanho, na construção das células de nascimento das três castas, que são facilmente distinguidas pelos apicultores e até mesmo pelos leigos. As células das abelhas operárias são menores (5 mm) do que as construídas para nascimento dos zangões (7 mm). Além disso, apresentam outras diferenças entre si.

"No quadro tamanho Langstroth, uma lâmina de cera alveolada de 20 x 42 cm, em média tem 2770 alvéolos num lado, nos dois um total de 5540 alvéolos nas dimensões standard de 5,5 mm por unidade" (WIESE, 1995: 261).

Para coletar uma única carga de néctar capaz de encher o estômago, uma abelha chega a visitar entre 50 a 1000 flores, dependendo da qualidade e quantidade da flor no oferecimento do néctar.

Visto de frente, o favo forma um perfeito mosaico, onde as figuras que se repetem são pequenos hexágonos regulares; desta forma o alvéolo (a célula), tem a forma de um hexaedro.

Figura 27 : Representação dos alvéolos de uma colméia

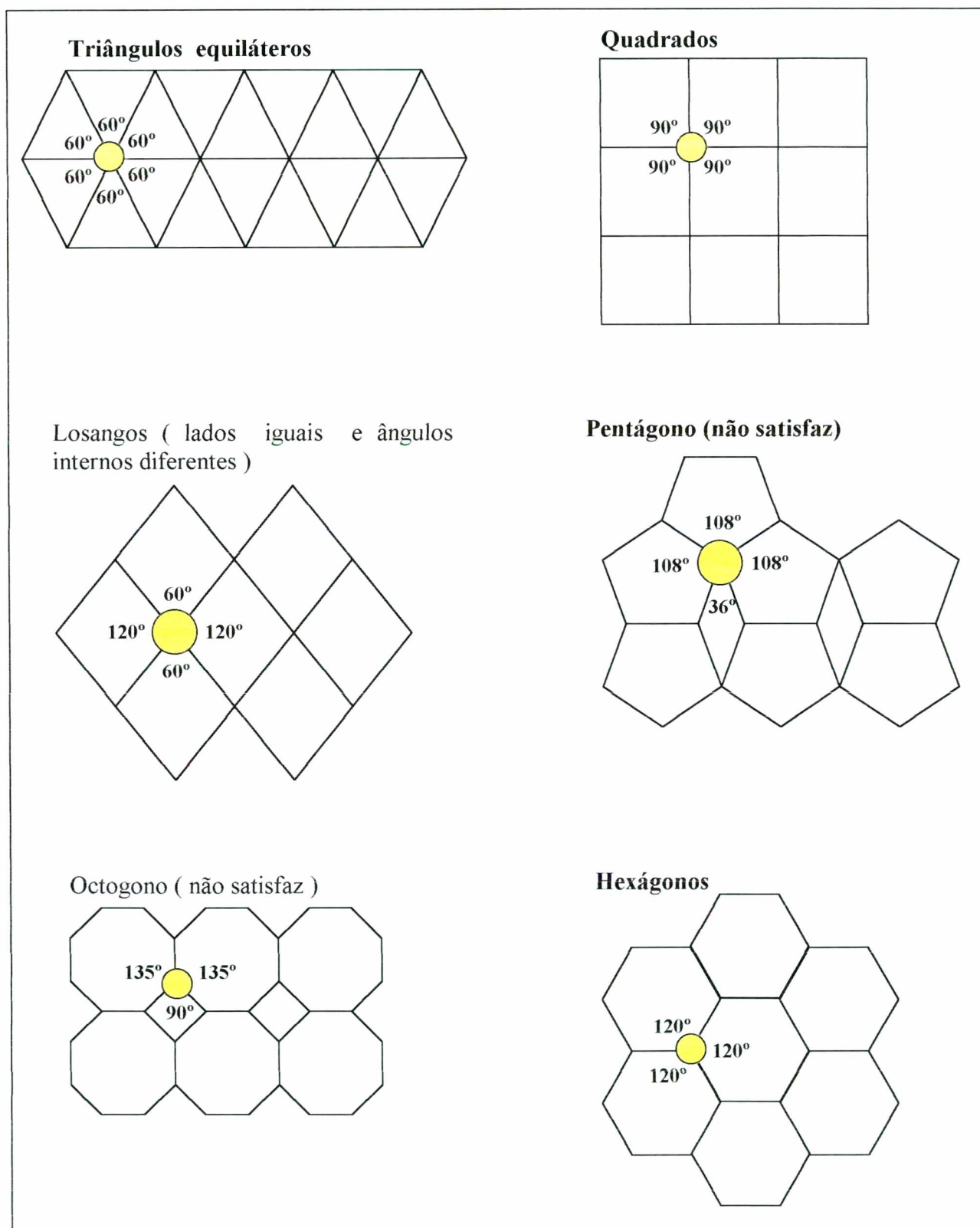


Situação problema 01:

(1) Qual o melhor ângulo interno da base de um polígono regular para a formação de um alvéolo?

6.5.1 Visualização de mosaicos regulares e seus ângulos internos.

Figura 28 : Visualização de mosaicos regulares e seus ângulos internos



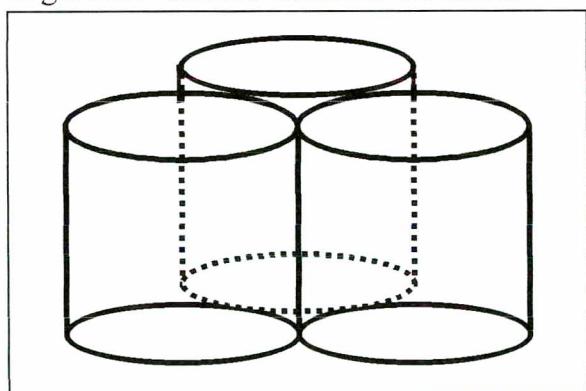
A expressão matemática que permite calcular o ângulo interno de um polígono regular é dada em função do número de lados do polígono, podendo ser expressa por:

$$\hat{a} = 180^\circ \cdot \frac{(n - 2)}{n} \quad \text{ou seja deve satisfazer a relação} \quad \frac{360}{\hat{a}} = \frac{2n}{n - 2} \quad (n \in \mathbb{N} / n \geq 3)$$

Observa-se que os divisores de 360° são: 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 30, 36, 40, 60, 72, 90, 120, 180, sendo que o valor do ângulo \hat{a} deve ser menor que 180° pois o menor polígono regular é o triângulo equilátero.

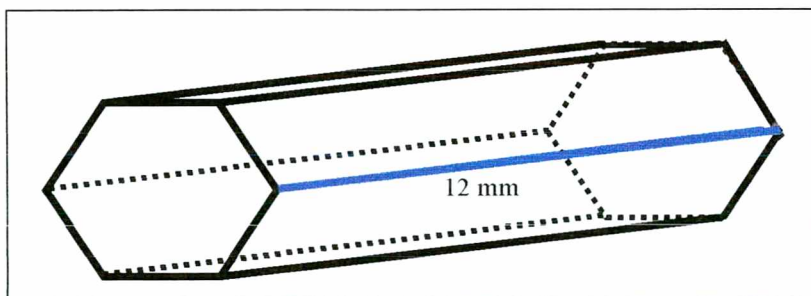
É preciso que a parede de um alvéolo sirva também ao alvéolo vizinho. Assim, o alvéolo não pode ser cilíndrico, pentagonal, octogonal, pois estas figuras apresentam interstícios (espaços). Não tendo paredes comuns, o desperdício de material seria enorme. Outro fator relevante também é a relação entre o ângulo interno e o número de lados do polígono. Observa-se que a medida do ângulo interno do polígono regular deve ser a maior possível levando-se em conta que não pode haver espaços vagos entre as paredes do mosaico no plano.

Figura 29: Sólidos na forma Cilíndrica



O alvéolo é um prisma hexagonal regular com uma extremidade aberta.

Figura 30: Sólido na forma de Prisma Hexagonal



A opção de escolha da forma do alvéolo foi matematicamente acertada, pois além de terem encaixes perfeitos, economiza-se cera.

Observando o lado biológico da abelha operária, nota-se que em sua cabeça existem duas estruturas oculares diferenciadas, sendo uma chamada de olhos simples (3 ocelos) para a localização de objetos próximos e outra mais complexa chamada de olhos compostos (formada por 6500 omatídeos hexagonais) que servem para localizar alvos muito distantes, e em todas as direções. Assim explica-se biologicamente o fato das abelhas construírem os alvéolos na forma de um prisma hexagonal.

6.5.2 Como provar matematicamente a construção dos alvéolos, realizada pelas abelhas operárias?

(II) Como provar matematicamente a construção dos alvéolos, realizada pelas abelhas operárias?

Inicialmente procurar-se-á provar pelo volume do prisma de base triangular, quadrangular, hexagonal e pelo volume do cilindro de base circular reta.

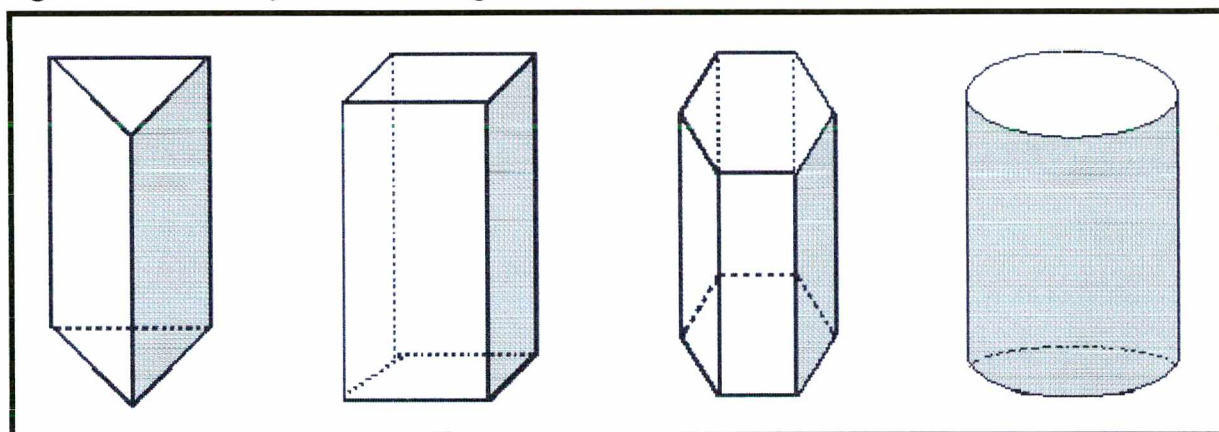
☛ Supor que todos os prismas possuam o mesmo volume.

Para responder a esta questão do prisma ser de base hexagonal regular, far-se-á uma comparação entre três prismas regulares. Escolheram-se os três prismas regulares que não apresentam interstícios (espaços vagos) expostos abaixo:

- a) com prismas triangulares regulares iguais (ângulo de 60°);
- b) com prismas quadrangulares iguais (ângulos de 90°);
- c) com prismas hexagonais regulares iguais (ângulos de 120°).

Estes três ângulos mencionados são os divisores de 360° e ângulos internos de polígonos regulares.

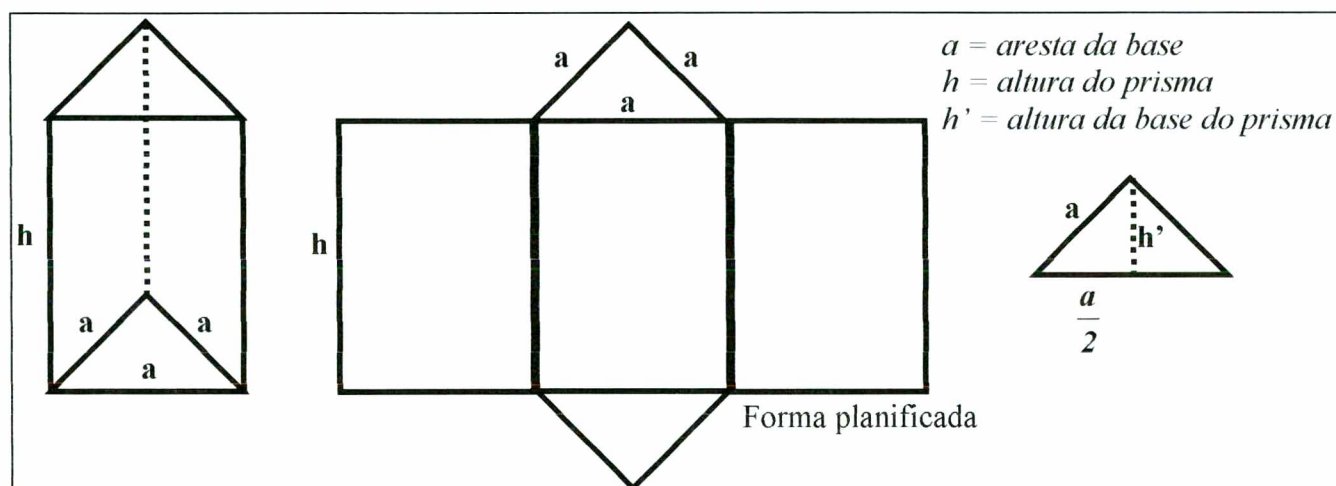
Figura 31: Visualização dos sólidos geométricos a serem analisados



Pode-se verificar a opção das abelhas. Para responder esta questão, considerar-se-ão os prismas de base triangular, quadrangular, hexagonal e cilindro. Vamos supor que todos possuam o mesmo volume.

1) Prisma de base triangular (considerando-se um triângulo equilátero).

Figura 32 : Representação do Prisma de base triangular (Forma sólida e planificada)



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo determina-se a apótema da base do prisma triangular.

$$a^2 = h'^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \longrightarrow h'^2 = \frac{3a^2}{4} \longrightarrow h' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Área da base (Ab):

$$Ab = \frac{a \cdot h'}{2} \Rightarrow Ab = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2} \Rightarrow Ab = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

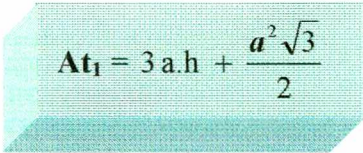
Área da face (Af):

$$Af = a \cdot h$$

Área total (At):

$$At = 3 Af + 2 Ab$$

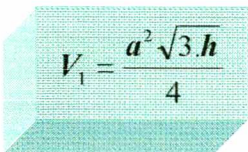
$$At = 3ah + 2 \cdot Ab \Rightarrow At = 3ah + \frac{2a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$At_1 = 3 a \cdot h + \frac{a^2 \sqrt{3}}{2}$$

Equação 1

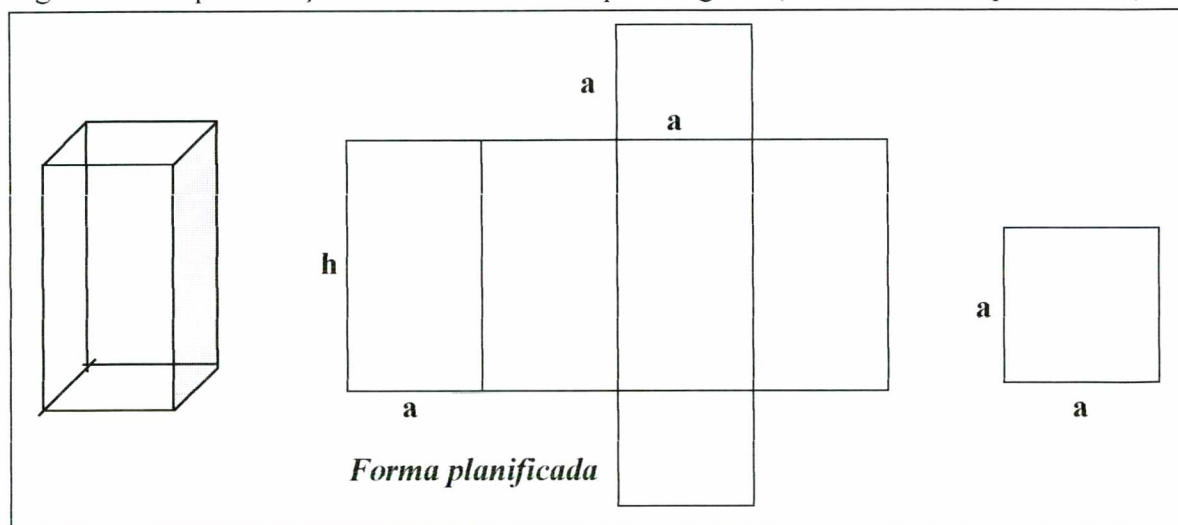
Volume (V):



$$V = Ab \cdot h \Rightarrow V_1 = \frac{a^2 \sqrt{3} \cdot h}{4}$$

2) Prisma de base quadrangular:

Figura 33 : Representação do Prisma de base quadrangular (Forma sólida e planificada)



Área da base (Ab):

$$Ab = a \cdot a \rightarrow Ab = a^2$$

Área da face (Af):

$$Af = a \cdot h$$

Área total (At):

$$At = 2 \cdot Ab + 4 \cdot Af$$

→

$$At_2 = 2a^2 + 4a \cdot h$$

Equação 2

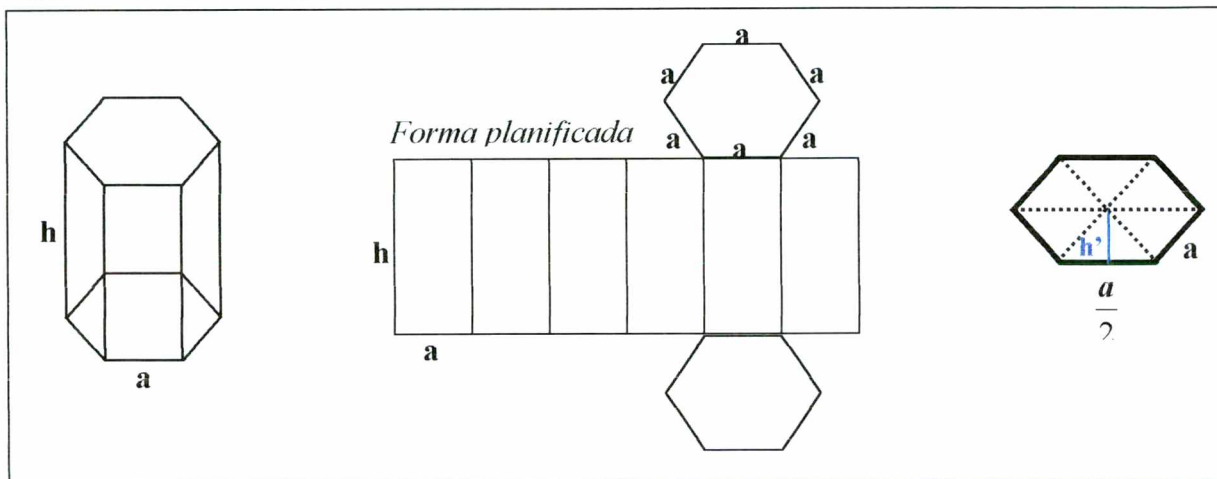
Volume (V):

$$V = Ab \cdot h \rightarrow$$

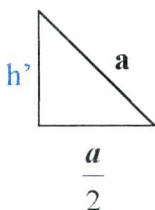
$$V_2 = a^2 \cdot h$$

3) Prisma de base hexagonal

Figura 34 : Representação do Prisma de base hexagonal (Forma sólida e planificada)



Aplicando o Teorema de Pitágoras no triângulo retângulo, determina-se o valor de h' (apótema do hexágono).



$$a^2 = (h')^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \rightarrow (h')^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 \rightarrow (h')^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$h' = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} \rightarrow$$

$$h' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Área da base (Ab):

$$Ab = \frac{6 \cdot h' \cdot a}{2} \text{ substituindo o valor de } h' \text{ encontra-se: } Ab = \frac{6 \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right) \cdot a}{2} \rightarrow$$

$$Ab = \frac{3a^2\sqrt{3}}{2}$$

Área da face (A_f):

$$A_f = a \cdot h$$

Área total (A_t):

$$A_t = 2 \cdot A_b + 6 \cdot A_f$$

$$A_t = 2A_b + 6a \cdot h \rightarrow A_t = \frac{2 \cdot 3 \cdot a^2 \sqrt{3}}{2} + 6 \cdot a \cdot h \rightarrow$$

Equação 3

$$A_{t3} = 3 \cdot a^2 \sqrt{3} + 6 \cdot a \cdot h$$

Volume (V):

$$V = A_b \cdot h \rightarrow V_3 = \frac{3 \cdot a^2 \sqrt{3} \cdot h}{2}$$

Se os sólidos tiverem o mesmo valor para a aresta da base dos prismas, constata-se que a área da base e a área total dos sólidos serão diferentes. Consequentemente, também o volume será diferente. Diante das fórmulas acima apresentadas tem-se que:

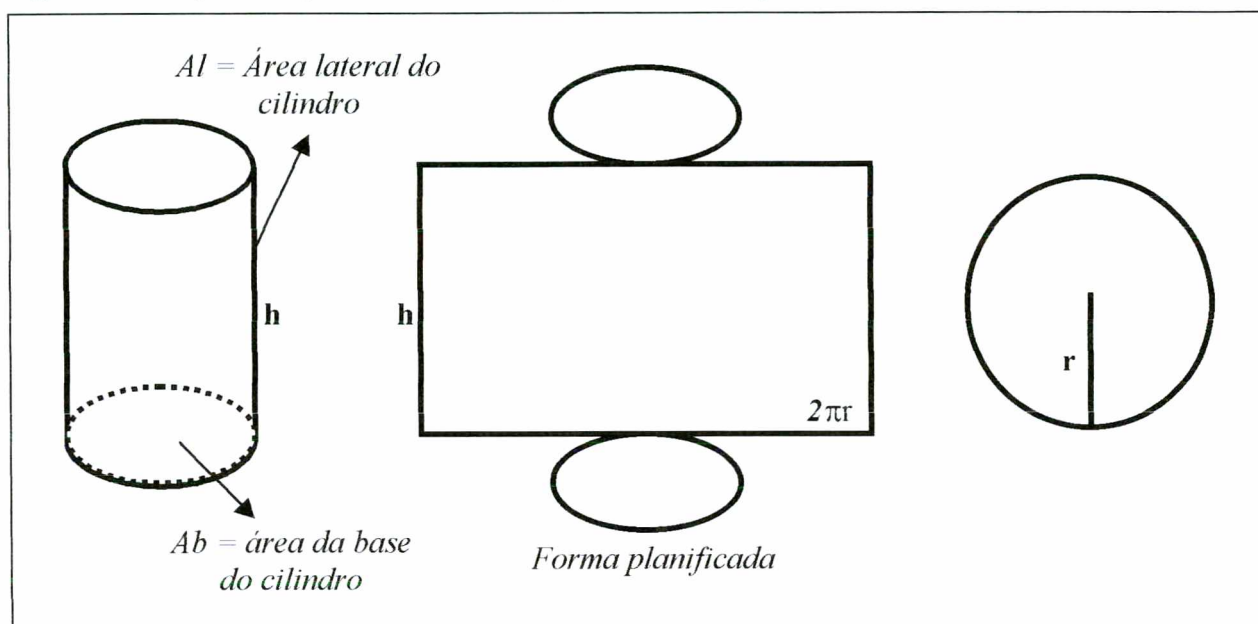
$$\text{Para a área da base (} A_b \text{): } \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} < a^2 < \frac{3 a^2 \sqrt{3}}{4} \Rightarrow A_{b1} < A_{b2} < A_{b3}$$

$$\text{Para a área total (} A_t \text{): } 3 a h + \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} < 2 a^2 + 4 a h < 3 a^2 \sqrt{3} + 6 a h \Rightarrow A_{t1} < A_{t2} < A_{t3}$$

$$\text{Para o volume (} V \text{): } \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h < a^2 \cdot h < \frac{3 a^2 \sqrt{3}}{2} \cdot h \Rightarrow V_1 < V_2 < V_3$$

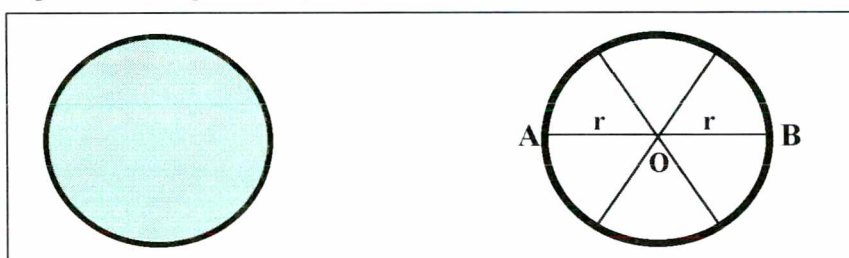
Analogamente pode se fazer o cálculo para o cilindro de base circular reto.

Figura 35 : Representação de um cilindro (Forma sólida e planificada)



Algumas definições sobre o círculo e circunferência:

Figura 36 : Representação de um círculo e de uma circunferência



Círculo – é conjunto de um plano formado por todos os pontos de uma circunferência e o seu interior.

Circunferência – é a figura formada por todos os pontos do plano, cuja distância ao ponto **O** (origem) é igual a **r** (raio).

Corda – é um segmento que une dois pontos quaisquer de uma circunferência.

Diâmetro de uma circunferência é a corda de maior comprimento de uma circunferência (segmento que passa pelo centro: \overline{AB}).

Valor de Pi

No período compreendido entre 287 a 212 a.C., o grego Arquimedes, que viveu em Siracusa, considerado o maior matemático da antiguidade e que aprendera geometria no Egito, aplicava seus conhecimentos na construção de rodas, alavancas, catapultas, parafuso do tipo serpentina para succionar a água no deserto, etc. Utilizando polígonos regulares inscritos e circunscritos de

96 lados, obteve a aproximação: $\frac{237}{71} < \frac{c}{d} < \frac{22}{7}$

Significa então dizer que, pi é um número entre 3,1408 e 3,1428.

Atualmente representado pela letra grega maiúscula π .

Assim sendo tem-se que:

c = comprimento da circunferência

d = diâmetro da circunferência

r = raio da circunferência

$$\frac{c}{d} = \pi \rightarrow c = d \cdot \pi \rightarrow$$

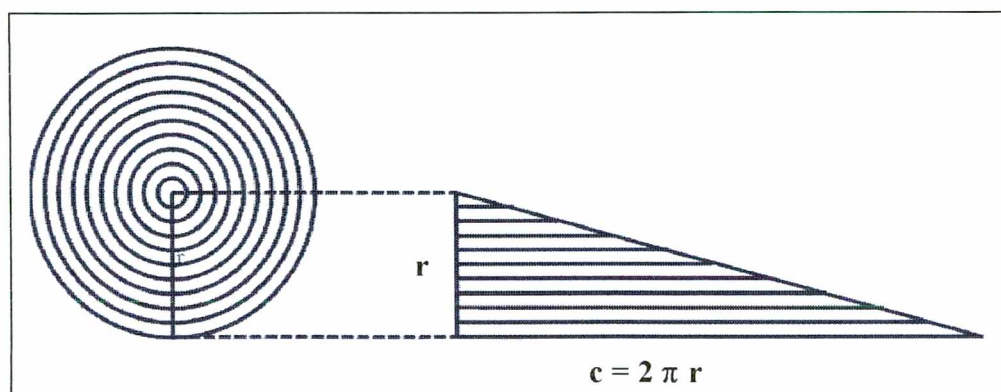
$$c = 2 r \cdot \pi$$

Modelo Matemático que rege a área do círculo.

Verifica-se pelo processo intuitivo de retificações que o círculo é equivalente ao triângulo.

Assim, a área (A) do círculo é:

Figura 37 : Ilustração da superfície e área do círculo



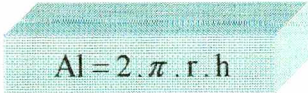
$$A_{\text{triângulo}} = \frac{\text{base} \cdot \text{altura}}{2}$$

$$A_{\text{triângulo}} = \frac{\text{comprimento} \cdot \text{raio}}{2}$$

$$A_{\text{círculo}} = \frac{2 \pi \cdot r \cdot r}{2} \Rightarrow A_{\text{base}} = A_{\text{círculo}} = \pi \cdot r^2$$

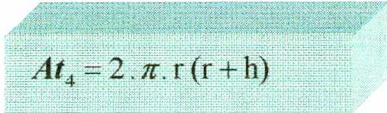

Área lateral (Al):

$$Al = P \cdot h \Rightarrow$$

$$Al = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$$


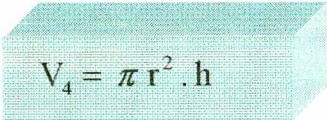
Área total (At):

$$At = 2 \cdot Ab + Al \Rightarrow At_4 = 2 \cdot \pi \cdot r^2 + 2 \pi \cdot r \cdot h \Rightarrow$$

$$At_4 = 2 \cdot \pi \cdot r (r + h)$$


Volume do cilindro (V):

$$V_4 = Ab \cdot h \Rightarrow$$

$$V_4 = \pi r^2 \cdot h$$


Atribuindo-se valores à aresta da base(a), altura(h) e ao raio(r) pode-se comprovar que as deduções das fórmulas acima expostas são verídicas.

r	a	h	At ₁	At ₂	At ₃	At ₄	V ₁	V ₂	V ₃	V ₄
3,1	3,1	12,0	119,9	168,0	273,1	293,8	49,9	115,3	299,6	262,3
mm			mm ²				mm ³			

Supondo que os três prismas possuam o mesmo volume ($V_1 = V_2 = V_3$)... objeto de estudo

Para que tenham volumes iguais sendo todos de mesma altura, é necessário que cada prisma tenha valor diferente para a aresta da base. Assim, temos:

Aresta da base triangular = **a**

Aresta da base quadrangular = **b**

Aresta da base diagonal = **c**

$$V_1 = V_2 = V_3$$

$$\frac{a^2 \sqrt{3} \cdot h}{4} = b^2 \cdot h = \frac{6 c^2 \sqrt{3} \cdot h}{4} \quad \text{excluindo } h \text{ tem-se: } \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = b^2 = \frac{6 \cdot c^2 \sqrt{3}}{4}$$

Escrevendo as igualdades acima em função de **b**:

$$\begin{aligned} \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} &= b^2 \\ a^2 &= \frac{4 b^2}{\sqrt{3}} \\ a &= \sqrt{\frac{4 b^2}{\sqrt{3}}} \\ a &= \frac{2 b}{\sqrt[4]{3}} \quad (\text{I}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b^2 &= \frac{6 \cdot c^2 \sqrt{3}}{4} \\ c^2 &= \frac{4 b^2}{6 \sqrt{3}} \\ c &= \sqrt{\frac{4 b^2}{6 \sqrt{3}}} \\ c &= \frac{2 b}{\sqrt{6 \cdot \sqrt{3}}} \quad (\text{II}) \end{aligned}$$

Diante das expressões acima constata-se que: $At_1 > At_2 > At_3$. Assim implica dizer que entre os três prismas de mesmo volume o que apresenta menor área total é o prisma de base hexagonal.

Para uma comparação mais aprofundada pode-se analogamente desenvolver-se o cálculo para o cilindro de base circular reto.

Volume do cilindro: $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$

Volume do prisma de base quadrangular: $V = b^2 \cdot h$

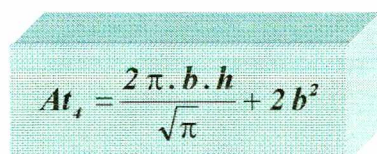
Igualando-se as duas expressões tem-se :

$$b^2 \cdot h = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$r^2 = \frac{b^2}{\pi} \Rightarrow r = \frac{b}{\sqrt{\pi}}$$

Área Total (At):

$$At = 2 \pi r \cdot h + 2 \pi r^2 \Rightarrow At = 2 \pi \left(\frac{b}{\sqrt{\pi}} \right) \cdot h + 2 \pi \left(\frac{b}{\sqrt{\pi}} \right)^2 \Rightarrow At = 2 \pi \cdot \frac{b}{\sqrt{\pi}} \cdot h + 2 \pi \cdot \frac{b^2}{\pi}$$

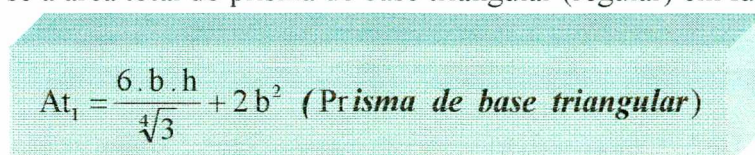


$$At_c = \frac{2 \pi \cdot b \cdot h}{\sqrt{\pi}} + 2 b^2$$

(1º Passo) Substituindo $a = \frac{2b}{\sqrt[4]{3}}$ na equação 1, tem-se:

$$At = 3 \cdot a \cdot h + \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \Rightarrow At = 3 \cdot \frac{2b}{\sqrt[4]{3}} \cdot h + \frac{\left(\frac{2b}{\sqrt[4]{3}} \right)^2 \cdot \sqrt{3}}{2} \Rightarrow At = \frac{6 \cdot b \cdot h}{\sqrt[4]{3}} + \frac{4 b^2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Assim encontra-se a área total do prisma de base triangular (regular) em função de b .



$$At_1 = \frac{6 \cdot b \cdot h}{\sqrt[4]{3}} + 2 b^2 \text{ (Prisma de base triangular)}$$

(2º Passo) A área total do prisma de base quadrangular já está em função de b :

$$At = 2b^2 + 4 \cdot b \cdot h$$

$$At_2 = 2b^2 + 4 \cdot b \cdot h \quad (\text{Prisma de base quadrangular})$$

(3º Passo) Substituindo $c = \frac{2b}{\sqrt{6\sqrt{3}}}$ na equação 3, tem-se:

$$At = 6 \cdot c \cdot h + 3 \cdot c^2 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow At = 6 \cdot \left(\frac{2b}{\sqrt{6\sqrt{3}}} \right) \cdot h + 3 \cdot \left(\frac{2b}{\sqrt{6\sqrt{3}}} \right)^2 \cdot \sqrt{3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow At = \frac{12b \cdot h}{\sqrt{6\sqrt{3}}} + 3 \cdot \frac{4 \cdot b^2}{6 \cdot \sqrt{3}} \cdot \sqrt{3}$$

$$At_3 = \frac{12 \cdot b \cdot h}{\sqrt{6\sqrt{3}}} + 2 \cdot b^2 \quad (\text{Prisma de base hexagonal})$$

Atribuindo-se valores para b e h e substituindo nas expressões At_1 , At_2 , At_3 e At_4 pode-se comparar as áreas totais:

h	b	At_1	At_2	At_3	At_4
12 mm	1 mm	56,71 mm ²	50,00 mm ²	46,67 mm ²	44,52 mm ²

Assim, tem-se que:

$$At_1 > At_2 > At_3 > At_4$$

Nota-se que a área total do cilindro é a menor. No entanto, para a abelha construir alvéolos de forma cilíndrica, perderia muita área no favo, pois o cilindro não apresenta encaixes perfeitos.

Fato este já comprovado na **situação problema 1**.

6.5.3 Modelo matemático contendo o valor da aresta e volume de cada sólido.

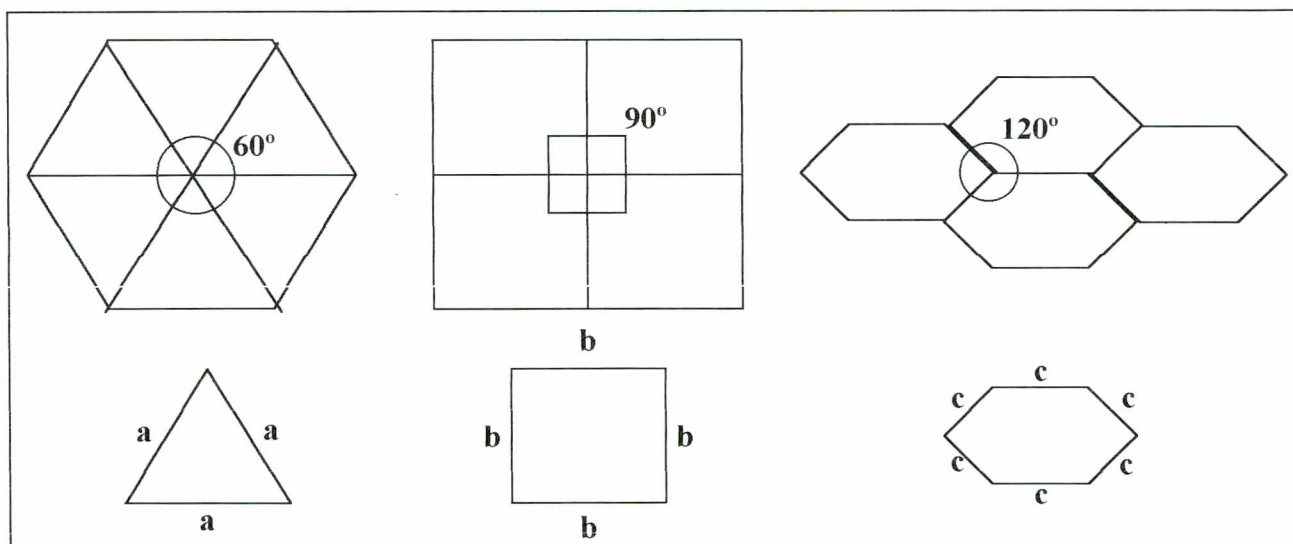
(I) Considerando que os prismas de base triangular, quadrangular e hexagonal possuam o mesmo perímetro, como expressar o modelo matemático contendo o valor da aresta e volume de cada sólido?

Supondo-se que todos os prismas possuam a mesma área lateral e atribuindo-se **a**, **b** e **c** as arestas das bases dos prismas triangular, quadrangular e hexagonal, tem-se:

Perímetro do triângulo = $3a$; Perímetro do quadrado = $4a$; Perímetro do hexágono = $6a$

Supondo-se que os três polígonos possuem o mesmo perímetro, se estabelece a igualdade, obtendo as relações expressando as arestas **b** e **c** em função de **a**. Assim tem-se:

Figura 38 : Figuras geométricas planas e seus ângulos internos



$$3a = 4b = 6c$$

$$3a = 4b \rightarrow$$

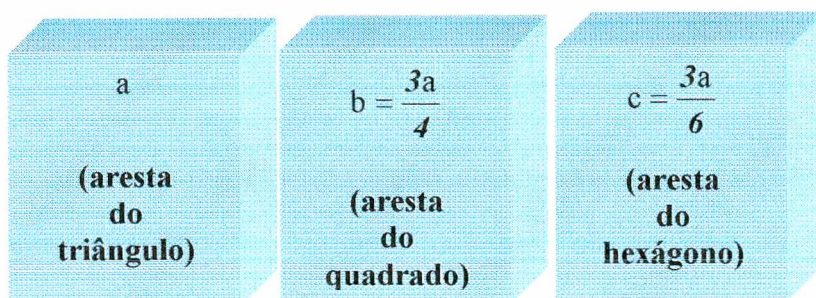
$$b = \frac{3a}{4}$$

e

$$3a = 6c \rightarrow$$

$$c = \frac{3a}{6}$$

As três arestas em função de a são respectivamente:



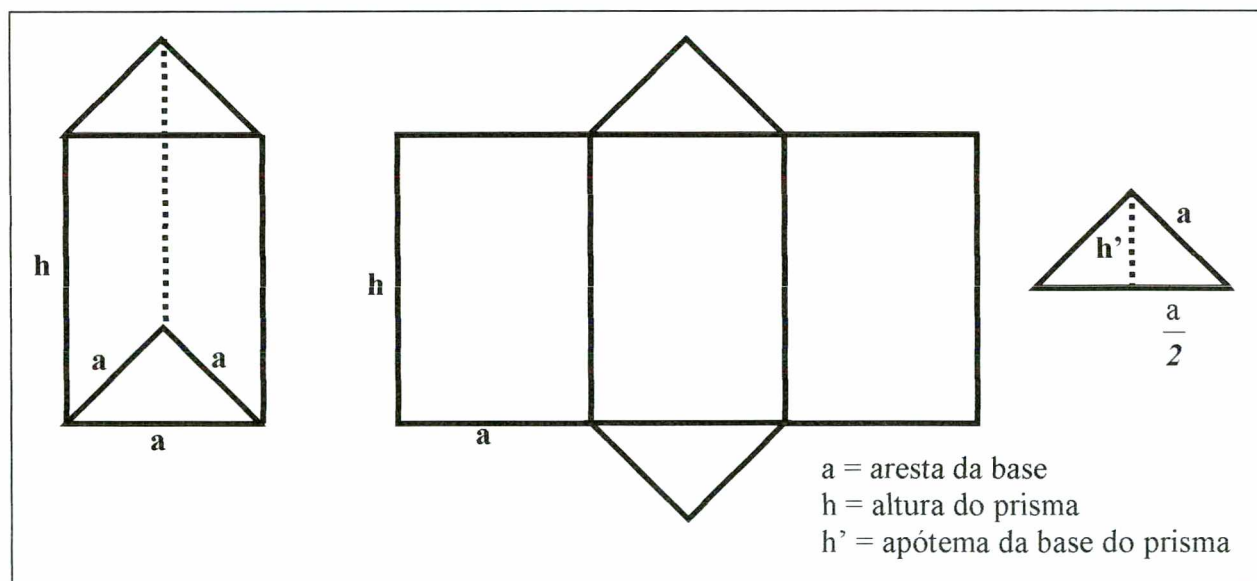
Conhecendo as arestas, pode-se calcular o volume desses três prismas.

Para efeito de análise considerar-se-á a altura (h) dos prismas igual à 1 (uma unidade)

➤ Prisma de base triangular

Considerando-se que o triângulo seja equilátero.

Figura 39 : Visualização da aresta da base de um Prisma triangular



Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$a^2 = h'^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \quad \rightarrow \quad h'^2 = \frac{3a^2}{4} \quad \rightarrow \quad h' = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

Área da base (Ab):

$$Ab = \frac{a \cdot h}{2} \quad \Rightarrow \quad Ab = \frac{a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2}}{2} \quad \Rightarrow$$

$$Ab_1 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

Volume (V):

$$V = Ab \cdot h \quad \Rightarrow \quad V_1 = \frac{a^2 \sqrt{3} h}{4}$$

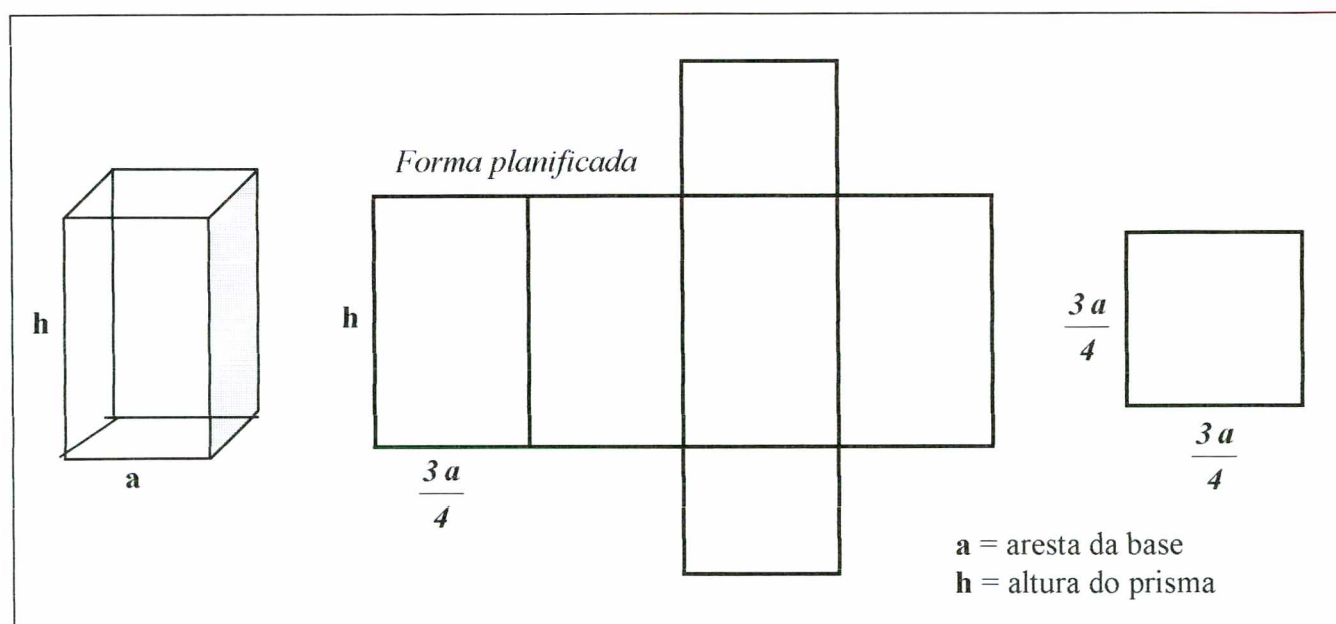
Sendo $h = 1$, tem-se:

$$V_1 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot h \quad \Rightarrow \quad V_1 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \cdot 1 \quad \Rightarrow$$

$$V_1 = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

☛ **Prisma de base quadrangular:**

Figura 40 : Visualização da aresta da base de um Prisma quadrangular



Área da base (Ab):

$$Ab = \ell^2 \quad \Rightarrow \quad Ab = \left(\frac{3a}{4}\right)^2 \quad \Rightarrow$$

$$Ab_2 = \frac{9a^2}{16}$$

Volume (V):

$$V = Ab \cdot h \quad \rightarrow \quad V_2 = \ell^2 \cdot h \quad \Rightarrow \quad V_2 = \frac{9a^2}{16} \cdot h$$

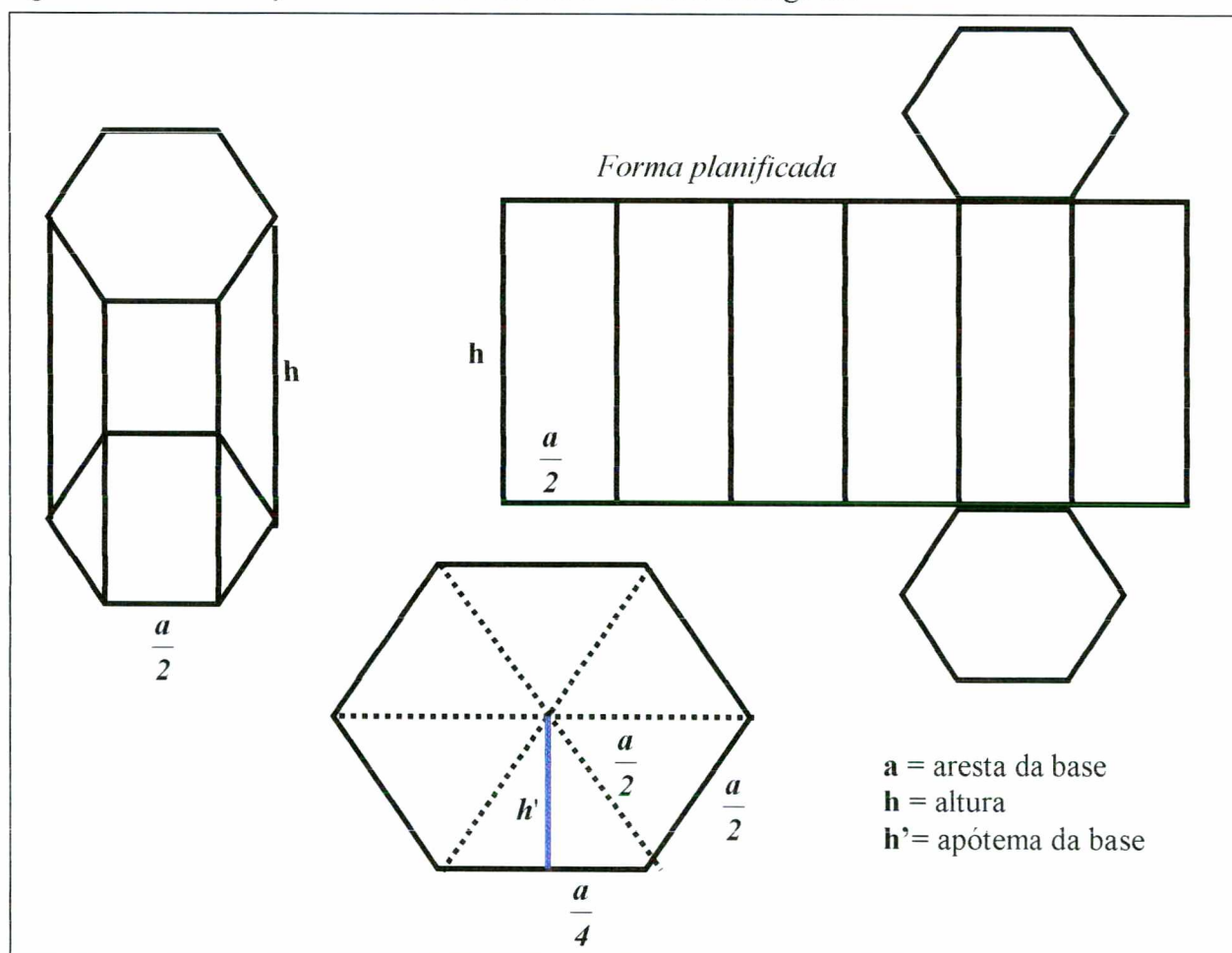
Sendo $h = 1$, tem-se:

$$V_2 = \frac{9a^2}{16} \cdot h \quad \Rightarrow$$

$$V_2 = \frac{9a^2}{16}$$

➤ Prisma de base hexagonal

Figura 41 : Visualização da aresta da base de um Prisma hexagonal

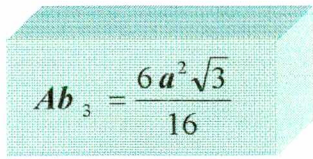


Aplicando o Teorema de Pitágoras:

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 = (h')^2 + \left(\frac{a}{4}\right)^2 \quad \rightarrow \quad (h')^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{4}\right)^2 \quad \rightarrow \quad (h')^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 - \frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{4}$$

$$h' = \sqrt{\frac{3 \left(\frac{a}{2}\right)^2}{4}} \quad \Rightarrow \quad h' = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$


Área da base (Ab):

$$Ab = \frac{6 \cdot h' \cdot \left(\frac{a}{2}\right)}{2} \quad \text{substituindo-se } h': \quad Ab = \frac{6 \cdot \left(\frac{a\sqrt{3}}{4}\right) \cdot \left(\frac{a}{2}\right)}{2} \quad \Rightarrow \quad Ab_3 = \frac{6a^2\sqrt{3}}{16}$$


Volume (V):

$$V = Ab \cdot h \quad V_3 = \frac{3 \left(\frac{a}{2}\right)^2 \sqrt{3}}{2} \cdot h \quad \Rightarrow \quad V_3 = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8} \cdot h$$

Sendo $h = 1$, tem-se:

$$V_3 = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8} \cdot 1 \quad \Rightarrow \quad V_3 = \frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$$


Através das deduções acima desenvolvidas conclui-se que os volumes dos três prismas são, respectivamente:

V_1	V_2	V_3
$\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$	$\frac{9a^2}{16}$	$\frac{3a^2\sqrt{3}}{8}$

Supondo que o fator comum (aresta da base) seja igual a uma unidade ($a = 1$), tem-se:

V_1	V_2	V_3
$\frac{\sqrt{3}}{4} \cong 0,433$	$\frac{9}{16} \cong 0,5625$	$\frac{3\sqrt{3}}{8} \cong 0,6495$

Constata-se que para os três prismas de mesma área o que possui maior volume é o de base hexagonal.

$$V_1 < V_2 < V_3$$

Isto implica dizer que, para os três prismas de mesma área, o que tem o maior volume é o de base hexagonal, pois é aquele que apresenta para o mesmo gasto de material, maior volume, isto é, maior capacidade de armazenagem de mel.

6.5.4 Ângulo ideal de um alvéolo

Qual é o ângulo usado pelas abelhas no fechamento do alvéolo?

➤ Cálculo do ângulo de inclinação

Em maravilhosa engenharia estrutural as abelhas moldam, então, em perfeita ação de conjunto, uma série de alvéolos hexagonais, uniformes, equidistantes e trabalhados em ambos os lados, reforçados nos septos, garantindo assim uma rigidez e firmeza apesar das finíssimas paredes de que são constituídos.

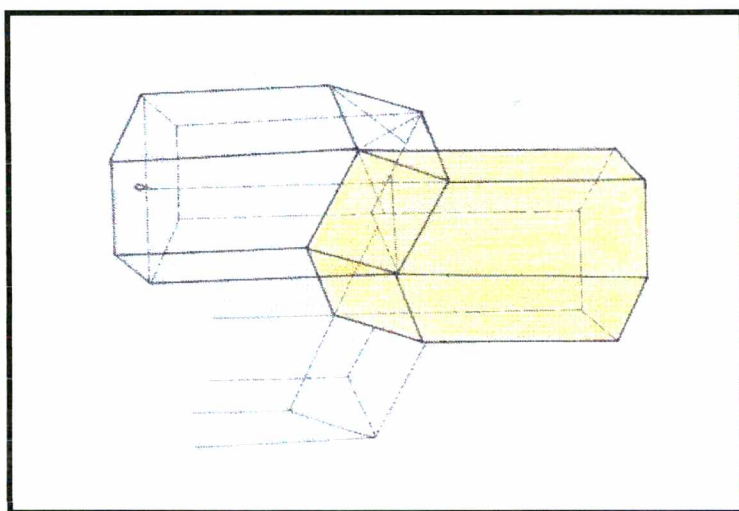
WIESE (1987: 423), expressa que:

O favo é começado de cima para baixo e se prolonga em forma de colar, obedecendo à posição semicircular das abelhas em trabalho coletivo e conjugado de construção, durante o qual se sucede progressivamente, deixando à vista uma “língua” de camudinhos de seis lados, com 5 mm de diâmetro, todos iguais, alinhados em paredes-meias, sem o mínimo desperdício de espaço. Ao atingirem os primeiros 10 ou 12 cm de comprimento as abelhas campeiras já os vão enchendo de mel novo.

Se a família é numerosa, os favos se sucedem paralelamente, ficando entre eles apenas os corredores, com espaço de 12 mm, passagem suficiente para duas abelhas pousadas em faces fronteiras e opostas.

O fundo de cada alvéolo é formado por três losangos iguais. Constituindo uma forma rômbrica, as abelhas economizam um alvéolo em cada cinqüenta. Em milhares de alvéolos essa economia se torna considerável.

Figura 42 : Visualização do formato de um alvéolo



O favo da abelha é um prisma hexagonal regular. Este prisma trata-se de um prisma que é fechado em uma de suas extremidades por três losangos iguais formando um ápice triédrico.

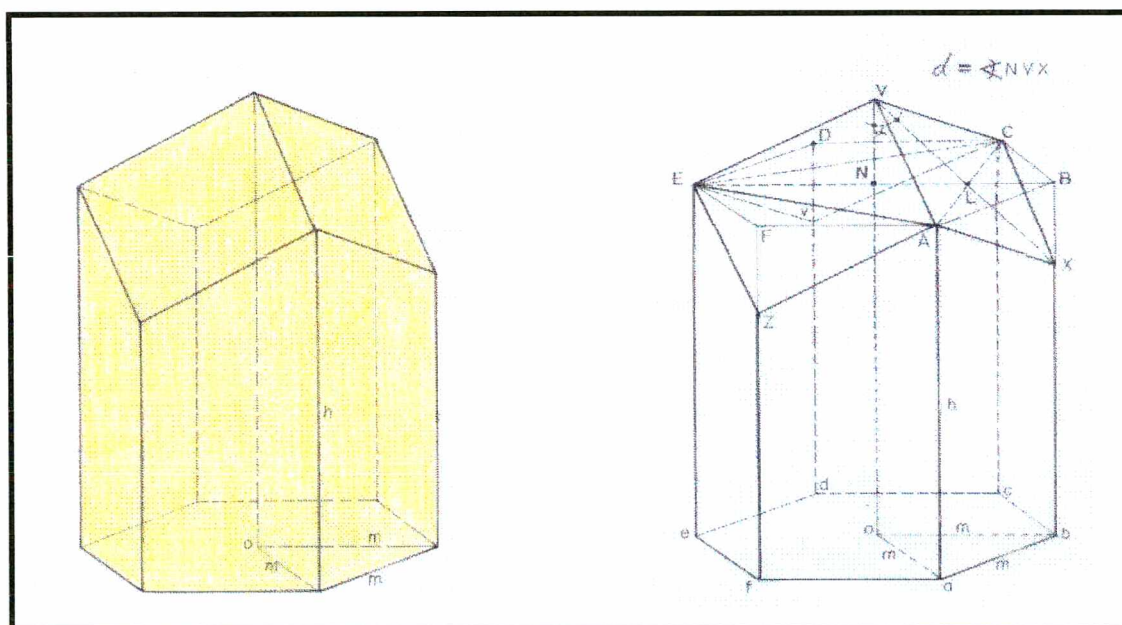
Para encontrar o ângulo ótimo, torna-se necessário determinar a área total do prisma em função do ângulo α e em seguida obter a derivada primeira da função, igualando-a a zero.

Encontrar-se-á, assim, o mínimo da função que representa o ângulo que minimiza o gasto de cera na construção do alvéolo.

Alguns pesquisadores estudaram o sistema de fechamento dos alvéolos, citando-se aqui o físico Renné-Antoine Reaumur (1683-1757), o astrônomo francês Jean-Dominique Maraldi (1707-1788), o matemático alemão Samuel König (1712-1757), o matemático brasileiro Rodney Bassanezi, dentre outros.

O delicado problema só pode ser resolvido com auxílio dos recursos da trigonometria e do cálculo infinitesimal (teoria dos máximos e mínimos). Expõe-se aqui a demonstração do ângulo ótimo, fruto de pesquisas e estudos extra classe, envolvendo professor e um grupo de alunos da 2ª série B, interessados no tema em questão.

Figura 43 : Ilustração simples de um favo e Ilustração detalhada de um favo



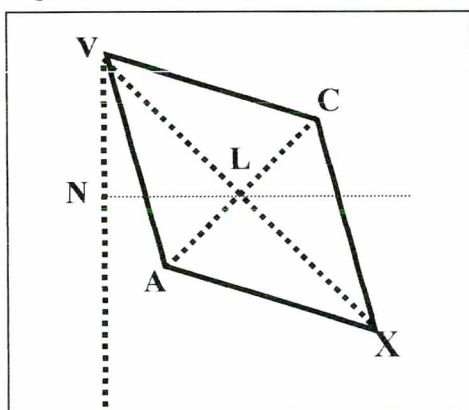
Observe os procedimentos necessários para a obtenção do ângulo α

1º Passo: Cálculo da área do losango.

A área do losango será dada em função do ângulo.

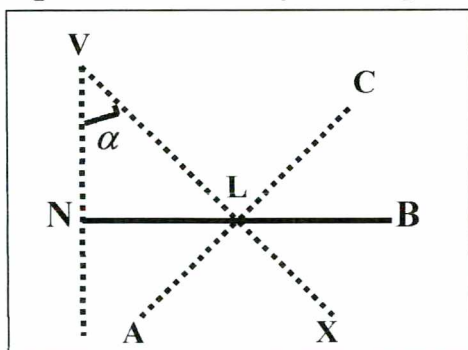
Seja o ângulo de inclinação α igual ao ângulo $N\hat{V}X$, sendo que o ponto L é a intersecção de \overline{AC} e \overline{VX} .

Figura 44 : Ilustração de um losango e suas diagonais



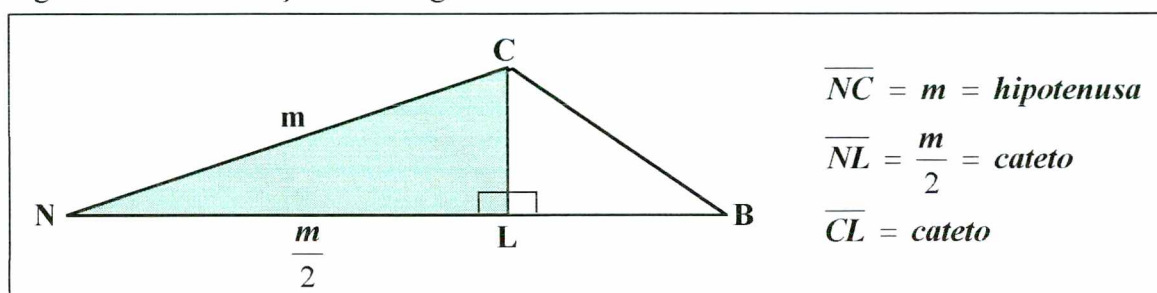
Observa-se que o ponto L divide em partes iguais o segmento NB , exposta na figura abaixo:

Figura 45 : Visualização do ângulo α (alfa)



Sendo m o lado da base do hexágono e consequentemente $\overline{NL} = \frac{m}{2}$, tem-se:

Figura 46 : Visualização do triângulo **NCL**



$$(\overline{NC})^2 = (\overline{CL})^2 + (\overline{NL})^2$$

$$m^2 = (\overline{CL})^2 + \left(\frac{m}{2}\right)^2$$

$$(\overline{CL})^2 = m^2 - \frac{m^2}{4}$$

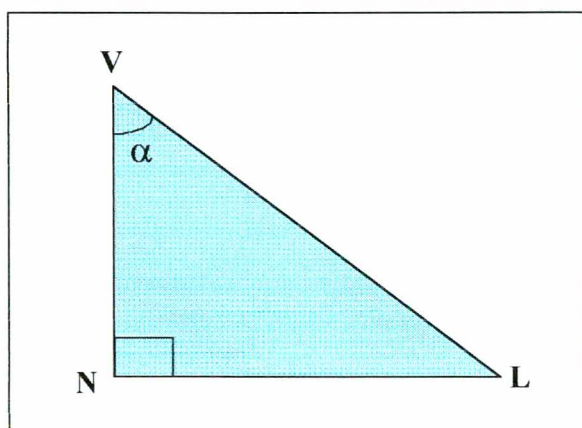
$$(\overline{CL})^2 = \frac{3m^2}{4}$$

$$\overline{CL} = \frac{m \sqrt{3}}{2}$$

Equação 1

Visualizando o triângulo **NVL**, sendo **V** o vértice do ápice triédrico, e ao aplicar a noção de razão trigonométrica (relação $\text{sen } \alpha$) para obter \overline{VL} , tem-se que:

Figura 47 : Visualização do triângulo **NVL**



$$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto}}{\text{hipotenusa}}$$

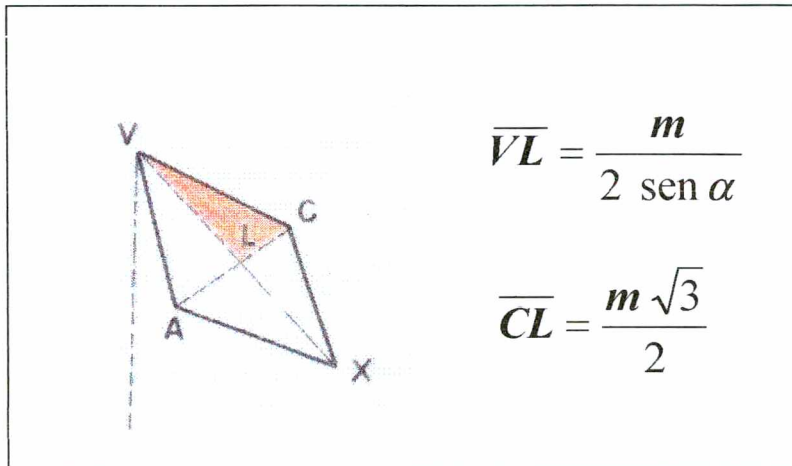
$$\text{sen } \alpha = \frac{\frac{m}{2}}{\overline{VL}}$$

$$\overline{VL} = \frac{m}{2 \text{ sen } \alpha}$$

Equação 2

O losango $AXCV$ concentra em L , subdivide-se em quatro triângulos retângulos congruentes.

Figura 48 : Visualização do losango $AXCV$ e do triângulo VLC



Sabe-se que a expressão matemática da área de um triângulo é: $A_{\Delta} = \frac{b \cdot h}{2}$

Substituindo-se h por \overline{CL} (Equação 1) e b por \overline{VL} (Equação 2) tem-se:

$$A_{\Delta} = \frac{\overline{VL} \cdot \overline{CL}}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{\frac{m}{2 \operatorname{sen} \alpha} \cdot \frac{m \sqrt{3}}{2}}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{\frac{m^2 \sqrt{3}}{4 \operatorname{sen} \alpha}}{2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{m^2 \sqrt{3}}{8 \operatorname{sen} \alpha}$$

No losango, a área do polígono $AXCV$ será expressa por:

$$\text{área } AXCV = 4 \cdot A_{\Delta}$$

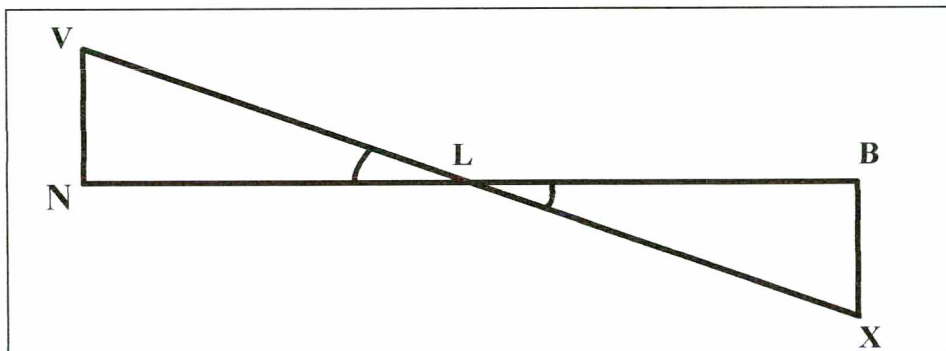
$$\text{área } AXCV = 4 \cdot \frac{m^2 \sqrt{3}}{8 \sin \alpha}$$

$$\text{Área do losango } AXCV = \frac{m^2 \sqrt{3}}{2 \sin \alpha}$$

2º Passo: Cálculo da área do trapézio.

A área do trapézio será determinada em função do ângulo α . Através de relação trigonométrica chega-se à expressão de \overline{BX} .

Figura 49: Visualização triângulos semelhantes NVL e BLX



Sendo \overline{VX} e \overline{NB} segmentos concorrentes e L ponto médio entre ambos, constata-se que os ângulos $\widehat{V\hat{L}N}$ e $\widehat{B\hat{L}X}$ são opostos pelo vértice. Assim conclui-se que:

$$\overline{VN} = \overline{BX}$$

$$\left(\frac{m}{2\operatorname{sen}\alpha}\right)^2 = \left(\frac{m}{2}\right)^2 + (\overline{VN})^2 \Rightarrow \frac{m^2}{4\operatorname{sen}^2\alpha} = \frac{m^2}{4} + (\overline{VN})^2$$

$$(\overline{VN})^2 = \frac{m^2}{4\operatorname{sen}^2\alpha} - \frac{m^2}{4} \Rightarrow (\overline{VN})^2 = \frac{m^2}{4} \left(\frac{1}{\operatorname{sen}^2\alpha} - 1 \right)$$

Sendo a relação trigonométrica $\operatorname{cosec}\alpha = \frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}$, tem-se que :

$$(\overline{VN})^2 = \frac{m^2}{4} (\operatorname{cosec}^2\alpha - 1)$$

Assim como a relação $\cot g^2\alpha = \operatorname{cosec}^2\alpha - 1$, tem-se então :

$$(\overline{VN})^2 = \frac{m^2}{4} \cot g^2\alpha$$

$$\overline{VN} = \sqrt{\frac{m^2}{4} \cot g^2\alpha}$$

$$\overline{VN} = \frac{m}{2} \cot g \alpha$$

Equação 3

Reforça-se a idéia de que $\overline{VN} = \overline{BX}$

$$\overline{VN} = \frac{s}{2} \cot g \theta$$

A área do trapézio **abXA** é dada por: $abXA = \frac{(aA + bX)}{2} \cdot m$

Sendo $aA = h$, $bX = h - \overline{BX}$ e $\overline{BX} = \frac{m}{2} \cot g \alpha$, tem-se:

$$\text{Área } abXA = \frac{(h + h - \overline{BX})}{2} \cdot m$$

$$\text{Área } abXA = \frac{\left(h + h - \frac{m}{2} \cot g \alpha\right)}{2} \cdot m$$

$$\text{Área } abXA = \frac{\left(2h - \frac{m}{2} \cot g \alpha\right)}{2} \cdot m$$

$$\text{Área } abXA = \frac{\left(\frac{4h - m \cot g \alpha}{2}\right)}{2} \cdot m$$

$$\text{Área } abXA = \frac{(4h - m \cot g \alpha)}{4} \cdot m$$

$$\text{Área do trapézio } abXA = hm - \frac{(m^2 \cot g \alpha)}{4}$$

Equação 4

3º Passo: Cálculo da área total.

$$A_t = 6 \cdot \text{área do trapézio} + 3 \cdot \text{área do losango}$$

Substituindo a expressão da área do trapézio (equação 4) e a da área do losango (equação 3) tem-se que:

$$A_T = 6 \cdot \left(hm - \frac{m^2 \cot g \alpha}{4} \right) + 3 \cdot \frac{m^2 \sqrt{3}}{2 \sin \alpha}$$

$$A_T = 6hm - \frac{3}{2} \cdot m^2 \cot g \alpha + \frac{3}{2} \cdot \frac{m^2 \sqrt{3}}{2 \sin \alpha}$$

Sendo a área total uma função do ângulo variável α então, pode-se representar por:

$$f(\alpha) = 6hm + \frac{3}{2} \cdot m^2 \left(-\cot g \alpha + \frac{\sqrt{3}}{\sin \alpha} \right)$$

Como **h** e **m** não interferem no cálculo do ângulo, pode-se atribuir valor unitário para **h** e **m**.

Assim, ter-se-á :

$$f(\alpha) = 6 + \frac{3}{2} \left(-\cot g \alpha + \frac{\sqrt{3}}{\sin \alpha} \right)$$

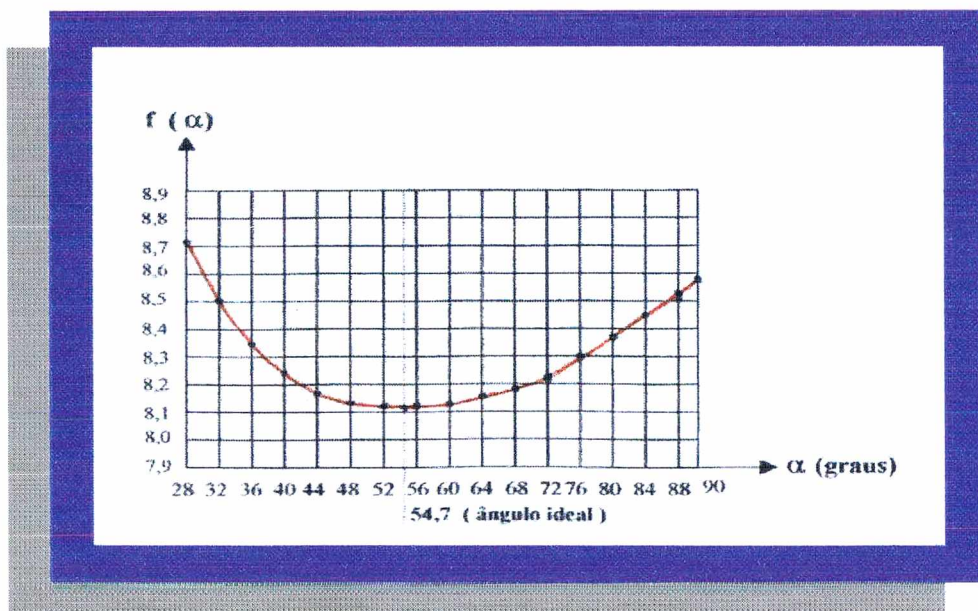
$$f(\alpha) = 6 + \frac{3}{2} \left(-\cot g \alpha + \frac{\sqrt{3}}{\sin \alpha} \right)$$

Função do ângulo variável α

Para efeito de análise, relacionam-se alguns pontos na Tabela 9:

Tabela 8: Valores angulares de α aplicados na função trigonométrica $f(\alpha)$.

α (graus)	$f(\alpha) = 6 + \frac{3}{2} \cdot \left(-\cotg \alpha + \frac{\sqrt{3}}{\sen \alpha} \right)$
28	8,712
32	8,502
36	8,355
40	8,254
44	8,186
48	8,145
52	8,125
56	8,122
60	8,134
64	8,159
68	8,195
72	8,244
76	8,303
80	8,373
84	8,454
88	8,547
90	8,598

Figura 52: Gráfico da função trigonométrica $f(\alpha)$ 

Conclui-se que o valor mínimo da função está entre $\alpha=50^\circ$ e $\alpha=60^\circ$

Para se ter o ângulo ótimo, derivamos $f(\alpha)$.

$$f(\alpha) = 6 + \frac{3}{2} \left(-\cot \alpha + \frac{\sqrt{3}}{\sin \alpha} \right)$$

$$f(\alpha) = 6 - \frac{3}{2} \cot \alpha + \frac{3\sqrt{3}}{2\sin \alpha}$$

$$f(\alpha)' = 0 - \frac{3}{2} \cdot \left(-\frac{1}{\sin^2 \alpha} \right) + \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot (-1) \cdot (\sin \alpha)^{-2} \cdot \cos \alpha$$

$$f(\alpha)' = \frac{3}{2\sin^2 \alpha} - \frac{3\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$$

$$f(\alpha)' = \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{\sqrt{3} \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \right)$$

Para determinar o ponto de mínimo, considera-se que $f(\alpha)' = 0$

$$\frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha} - \frac{\sqrt{3} \cos \alpha}{\sin^2 \alpha} \right) = 0$$

$$\frac{3}{2\sin^2 \alpha} = \frac{3\sqrt{3} \cos \alpha}{2\sin^2 \alpha}$$

$$1 = \sqrt{3} \cos \alpha$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} = \cos \alpha$$

$$\alpha = \arccos \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\alpha = 54,735$$

$$\alpha \cong 54,7^\circ$$

Ângulo ideal para que a área seja a mínima

6.5.5 Considerações finais

O grupo formado pelos alunos da 2ª série B (Aylê Gissan P. Putzel, Dairon R. Grandi, Elizeu A. Menegus, Marcelo F. da Veiga, Wagner Zimmermann e Micael Cecati), durante o processo de desenvolvimento dos cálculos para obtenção do ângulo ideal ($54,7^\circ$), constatou a necessidade de compreensão de projeções de sólidos geométricos num mesmo plano, relações métricas e trigonométricas, áreas de figuras planas e espaciais, bem como a teoria dos máximos e mínimos. O desenvolvimento deste 4º momento otimizou o processo ensino-aprendizagem da turma, tendo se destacado o grupo dos alunos citados acima.

O estudo matemático desenvolvido em conjunto, levou à verificação de que, em maravilhosa engenharia estrutural, as abelhas africanas e européias moldam, em perfeita ação de conjunto, uma série de alvéolos hexagonais, uniformes, eqüidistantes e trabalhados em ambos os lados, reforçados nos septos, garantindo assim rigidez e firmeza, apesar das finíssimas paredes de que são constituídos.

O trabalho também deu ensejo a descobertas fascinantes, tais como o estudo comparativo de diferentes linhagens. Muito embora as abelhas européias e africanas façam seus alvéolos de forma hexagonal, tem-se conhecimento de espécies nativas e indígenas que apresentam outro tipo de comportamento em relação à construção de alvéolos e a disposição dos mesmos.

Essas abelhas possuem um mel mais suave e doce, produzido em pequena escala em relação às linhagens africana e européia, devido ao fato das colméias abrigarem, em média, cerca de três mil indivíduos. Essa pequena produção, aliada à boa qualidade do produto, faz com que o mel das abelhas nativas seja muito valorizado comercialmente.

Através desta forma de trabalho foi possível adquirir conhecimentos técnicos, curiosidades e aplicações da Matemática na Apicultura.

CAPÍTULO VII

CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

7.1 Conclusões

O termo Modelagem Matemática vem sendo usado de diferentes formas, por diferentes autores e profissionais em educação matemática. Por isso, quando cita-se a Modelagem Matemática, torna-se necessário explicar sobre qual Modelagem se está falando.

Podem-se distinguir dois grandes grupos: os que vêem a Modelagem Matemática como um método de trabalho para o matemático e os que vêem tal processo como um caminho para o ensino e aprendizagem.

O primeiro grupo é formado por teóricos como Aron Pinker, I. G. Melone, D. G. Medley, Willian T. Morris e outros que divergem entre si com relação à sequência das fases do processo de Modelagem. Destaca-se o definido por Rodney Bassanezi e Aristides Camargo Ferreira, pelo fato de ser abrangente, incluindo assim os esquemas desses autores.

Rodney Bassanezi e Maria Salett Biembengut, ao utilizar o processo de Modelagem no ensino-aprendizagem, deram nome ao método de Modelação Matemática, tendo como alternativa

buscar o conhecimento de modo diferente daquele comum às Ciências Naturais Positivas, alternativa esta oferecida pela fenomenologia.

A Modelagem não cria estratégias, mas também é, por si mesma, uma estratégia de ação sobre a realidade.

A forma de se trabalhar a Modelagem não é e nem deve ser rígida. A situação do momento é que orienta a forma mais indicada para o trabalho. Alguns professores têm se preocupado com a forma de desenvolver o trabalho com a Modelagem. Os problemas envolvidos em tal prática docente podem ser resumidos em duas questões:

- ✓ *Desenvolver os conteúdos matemáticos simultaneamente com o processo de Modelagem?*
- ✓ *Desenvolver inicialmente o processo e, posteriormente, o conteúdo matemático?*

Na experiência realizada, constatou-se ser desejável que o trabalho envolvesse, simultaneamente, o processo e os conteúdos matemáticos. Contudo, cabe frisar que ao fazer a opção no âmbito do seu trabalho, cada professor, em função da sua experiência e do seu discernimento, cria alternativas para superar as dificuldades que, com certeza, aparecerão.

Trabalhando há dois anos com Modelação constata-se que o professor é um eterno aprendiz, porque a todo momento aparecem interrogações e até mesmo respostas duvidosas dentro do cunho científico.

Assim, desejando-se uma visão interacionista, buscou-se colocar o homem “professor e alunos” sempre de forma ativa, construindo hipóteses que lhes parecessem razoáveis, construindo os seus conhecimentos através da interação com o meio.

Nessa interação destacou-se que o organismo e o meio exerceram uma ação; um influenciando o outro, e essa interação acarretou mudanças nas partes envolvidas.

A Modelação Matemática, como método alternativo de ensino-aprendizagem, exige um esforço maior por parte do educador, que busca a interdisciplinaridade para dar sustentação ao seu trabalho. Conclui-se então que a Modelação é um dos caminhos seguros para buscar a tão necessária integração entre as disciplinas.

Essa integração leva à unidade do ensino-pesquisa, já que esse é um dos caminhos para que a educação se faça permanente e se prolongue por toda a vida do educando.

Através da interdisciplinaridade chega-se, às vezes por caminhos que levam à discussão das metas desejadas, à mudança de atitude diante do problema do conhecimento, substituindo o conceito fragmentário existente até pouco tempo atrás pela real união do conhecimento na formação do ser humano.

Por sua própria natureza, o trabalho efetuado com os alunos exigiu a troca de informações com profissionais de outras áreas, corroborando a relação interdisciplinar que deve existir quando se adota a Modelação e Modelagem Matemática.

Nas questões levantadas pelos alunos nas quatro etapas, houve necessidade da troca de informações envolvendo profissionais de outras áreas.

No 1º MOMENTO, envolvendo tabelas e gráficos, o profissional da área Ciências Humanas (Geografia), contribuiu dando enfoque na distribuição política e econômica de Santa Catarina e do Brasil; O autor – profissional da área de Ciências da Natureza (Matemática), participou introduzindo a Matemática Estatística através do histórico, da noção quanto à organização de

dados em tabelas e a apresentação gráfica de dados; e o profissional da área de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias (Informática), auxiliou com a informação técnica no uso do computador, para construir a visualização dos dados da produção de mel, apresentados no capítulo IV, envolvendo a construção de tabelas acompanhado de uma apresentação gráfica.

No 2º MOMENTO, envolvendo a área técnica de Apicultura, quanto à especificação de material para implantação de um projeto para produção de mel envolvendo o custo total de produção; o profissional de Contabilidade, abordando os encargos sociais e custo mensal do empregado, e a área de Ciências da Natureza – Matemática, envolvendo porcentagem, regra de três e as operações básicas.

No 3º MOMENTO, fez-se a interação dos conhecimentos da área técnica de Apicultura do curso Técnico em Agropecuária e a área de Ciências da Natureza (Matemática) envolvendo a noção de função (crescente, decrescente, constante), função (do 1º grau, do 2º grau e exponencial), e limite elementar. Nesta etapa a contribuição do módulo de Apicultura, das pesquisas à biblioteca, utilização das fitas de vídeo, do trabalho dos grupos, intermediaram a ligação do concreto para o abstrato e vice-versa, promovendo a combinação de conhecimentos (saber), as habilidades (fazer) e os comportamentos (ser).

No 4º MOMENTO, envolvendo a geometria dos alvéolos, trabalhou-se com consulta por parte do educador e educando, via internet, às organizações que concentram dados, citando-se aqui a CNA (Confederação Nacional de Apicultura), o CEPEA (Centro de Referência em Pesquisa e Extensão Apícola), livros didáticos que alocam informações, dados de pesquisadores

na área apícola, e autores na área das Ciências da Natureza (Física, Química, Biologia e Matemática).

Sabe-se que o tema não foi completamente esgotado, com sugestão dos alunos para que as próximas turmas trabalhem com maior ênfase no estudo matemático da dança das abelhas e outros.

O trabalho desenvolvido permitiu observar algumas contribuições relevantes da Modelação Matemática:

- ✓ associação de uma atividade de estudo e de ensino;
- ✓ consideração da escrita como o momento de verificação experimental da matemática;
- ✓ o professor foi um mero orientador, partilhando da pesquisa, levantando questionamentos e aprendendo com os alunos e em alguns momentos sendo levado a buscar informações;
- ✓ a prática dialogada permitiu trabalhar os conhecimentos buscando a sua totalidade;
- ✓ provocação do pensamento divergente, através da criação de ações e de idéias;
- ✓ a troca de idéias proporcionou ao grupo reflexões e foram seguidas as melhores; sendo que as idéias orais de alguns foram mais efetivas do que as escritas, ajudando o aluno a ganhar confiança.

As reflexões sobre as possibilidades de mudança pedagógica com referência à Matemática indicam a necessidade de repensar alguns pontos, por exemplo:

- ✓ a relação do aprendiz com a disciplina, a sua participação em sala de aula, considerando-se os aspectos afetivos e cognitivos e o enfoque dado à Matemática para que ela se torne objeto de conhecimento e saber (pessoal e interpessoal) dos alunos. É visível e notório que, com o passar dos anos, o interesse de um grande número de alunos que ingressam no ensino fundamental a caminho do ensino médio tem sido de baixo nível para o estudo, tem caído, e cabe aqui ressaltar que as transformações ocorridas na sociedade não são o único fator que contribui. A postura do professor enquanto educador deixa a desejar, porque não está preenchendo a contento os anseios dos alunos, porque não está explorando suas potencialidades e trabalhando o mundo que o cerca, ou seja, o seu cotidiano;
- ✓ deve-se também avaliar o tempo destinado aos grupos para obterem as informações visando um maior embasamento dos fundamentos matemáticos, ou seja, é necessário abrir um espaço extra-classe para discussões e um melhor atendimento aos grupos envolvidos, procurando suprir a deficiência dos fundamentos elementares dos alunos oriundos de localidades onde o ensino fundamental não os contemplou, como também a troca de informações e direcionamentos futuros quanto ao tema;
- ✓ o número de 3 (três) aulas semanais de Matemática exigiu a colaboração de atividades extras e em outras disciplinas. Coloca-se como sugestão que a grade curricular tenha no mínimo 4 (quatro) aulas por semana e que seja escolhido um líder para cada grupo, visando uma melhor comunicação do grupo com professor quanto ao horário de atendimento extra-classe;
- ✓ muitos problemas da vida real demonstram ser extremamente complexos, por sofrerem o efeito de diversas variáveis, muitas das quais não se consegue nem mensurar; no entanto, utilizando as ferramentas matemáticas adequadas, pode-se abordar um problema abstraindo-o

para um mais simples com um número determinado de variáveis, que sejam mais representativas e exerçam maior influência no problema, podendo determinar como interagem entre si e como variam em função do tempo;

- ✓ é de suma importância, no ensino-aprendizagem, incentivar e ensinar o aluno a utilizar as fontes de consulta extraíndo o que é de seu interesse, colocando a escrita como um mecanismo indispensável para apresentação dos dados e resultados obtidos, dentro de uma metodologia;
- ✓ o ato pedagógico implica, em primeiro lugar, conhecer aquele a quem se deseja transmitir o saber. A renovação do ensino não consiste, apenas, em mudança de atitude do professor diante do saber científico, mas, ainda e especialmente, diante do conhecimento do aluno: é preciso compreender como ele compreende, constrói e organiza o conhecimento;
- ✓ para entender o que se passa na cabeça de um aluno em relação a uma disciplina, o professor precisa observar como ele interage com o objeto de estudo em oportunidades de manifestação de suas idéias e opiniões. A conduta dos estudantes na escola reveste-se de muitos aspectos, os aspectos cognitivos não são os únicos em jogo, os aspectos afetivos interferem neste processo;
- ✓ os centros formadores dos profissionais da área de Matemática devem dar acentuada atenção ao repasse de estratégias e fundamentar principalmente quanto à didática e postura em sala de aula.

Em relação à cadeia apícola, detectou-se que:

- ✓ a sociedade das abelhas é a mais perfeita dentre os animais, onde cada elemento tem sua função bem delimitada na colméia, num espaço físico reduzido com uma população entre 60 a 80 mil insetos;

- ✓ Estes insetos, são dotados de uma estrutura biológica que, além de propiciar um alimento (mel, geléia real, pólen, própolis, cera) com ricas vitaminas, tem na sua composição estimulantes biológicos, com ação energética e regeneradora, sendo utilizado também nas indústrias química e farmacêutica, na fabricação de produtos artesanais e outros;
- ✓ as abelhas desempenham papel relevante na polinização dos vegetais;
- ✓ o apicultor tem lucro certo em relação e ao preço de custo e o preço de mercado do produto “mel”, sendo que a demanda do produto aumenta dia-a-dia;
- ✓ as populações animais incluem uma série de interações que dependem basicamente do ecossistema envolvido e da cadeia alimentar associada ao mesmo.
- ✓ intuitivamente, a taxa na qual uma população muda depende no mínimo de três fatores básicos:
 - (a) taxa de natalidade e mortalidade da população - assume-se que a taxa de crescimento da população muda linearmente em proporção do valor atual da população. A constante de proporcionalidade que representa as taxas de natalidade e de mortalidade da população deve contar com uma variedade de fatores, tais como: a proporção da população que irá acasalar-se, o número da prole para cada par acasalado e a proporção da população que morrerá durante o máximo período de tempo.
 - (b) superlotação e escassez de recursos – Assume-se que a população é limitada em tamanho e por recursos, tais como disponibilidade de alimentos e terra. Juntam-se todos esses fatores em um só termo de superlotação que irá servir para diminuir a população quando ela cresce excessivamente para ser suportada pelos recursos disponíveis.

- (c) colheita – A remoção de um número constante de indivíduos de uma população durante cada período é conhecido por colheita, sendo realizada normalmente em populações de animais e plantas apontando para o equilíbrio das populações.

Cada um desses fatores deve ser analisado individualmente, criando-se modelos simplificados para cada um, possibilitando estabelecer modelos matemáticos adequados que possam congrega os fatores que afetam uma população real em estudo.

Ponto a destacar no Colégio Agrícola de Camboriú:

- ✓ embora propondo-se a desenvolver um trabalho cujos fundamentos busquem a formação do ser humano capaz de participar da construção de seu próprio conhecimento, como cidadão e profissional nas áreas oferecidas pelo CAC, é necessário um compromisso e envolvimento interdisciplinar, para que o aprendizado não ocorra de forma isolada e dispersa, mas com amplitude, qualidade, mediante um trabalho coletivo, em equipe e solidário, visando a construção das Competências no educando alcançadas na LDB.

Avaliação do processo, feita pelos alunos:

- ✓ esta forma de trabalho possibilitou aprender, com auxílio da troca de informações envolvendo investigações, discussões em grupo, tirando o pensamento de que a Matemática só pode ser utilizada e aprendida por um número reduzido de alunos;

- ✓ na vida estudantil no ginásio (ensino fundamental), o professor de Matemática dava aulas, explicava a matéria, porém, ele fazia para o aluno, mas não fazia com o aluno. Desta forma a Matemática se tornou estranha ao mundo do estudante, por não se perceber a sua utilidade.
- ✓ as orientações do professor aos grupos foi de grande importância, sendo obrigado, em algumas situações, a participar efetivamente das reflexões, dirimindo dúvidas e até pesquisando conjuntamente. Enfim, todos os componentes “professor e alunos”, sentiram-se valorizados no processo de Modelação Matemática.

7.2 Sugestões para futuros trabalhos

Este trabalho não teve como propósito esgotar completamente o tema Ensino-Aprendizagem de Matemática & A Produção Apícola. Buscou-se despertar a necessidade do envolvimento do aluno em pesquisa interdisciplinar e com a Modelagem. Assim coloca-se como sugestão para trabalhos futuros:

- ✓ a comunicação das abelhas versus a posição da fonte de alimentos, envolvendo coordenadas polares e relação trigonométrica;
- ✓ os sinais químicos (odor, feromônio), envolvendo fórmulas químicas;
- ✓ as emissões de sons, de vibrações, de luz, associadas a física;
- ✓ o valor energético de cada alimento (mel, pólen, geléia real, própolis), conectando a biologia e a química;
- ✓ outras pesquisas que tenham relação com o tema em pauta.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANASTÁCIO, M. G. A. **Considerações sobre a Modelagem Matemática e a educação Matemática**. 1990. 103 f. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1991.

AULETE, Caldas. **Dicionário contemporâneo da língua portuguesa**. São Paulo: Delta, 1958.

AUSUBEL, P. D. et al. **Psicologia Educacional**. Tradução Erla Nick. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BARRETO, Aristides Camargo. Modelos matemáticos. **Boletim informativo do departamento de Matemática da FURB**, Blumenau, n.11, p. 1-31, dez., 1986.

BASSANEZI, Rodney C.; BIEMBENGUT, M. S.. Modelação Matemática: uma velha forma de pesquisa um novo método de ensino. In: **Anais... do ICIBEM-SAEM "Thales"**. Sevilha – Espanha, 1990.

BASSANEZI, Rodney C.; BIEMBENGUT, M. S. Modelação Matemática. **Revista de divulgação cultural**, Blumenau, v. 14, n. 45, p. 89-98, jan./mar. 1991.

BASSANEZI, Rodney C.; Modelagem Matemática. **Dynamis**, Blumenau, v.1, n.7. p. 55-83, abr./jun., 1994.

BATSCHELET, Edward. **Introdução a matemática para biocientistas**. São Paulo: Editora da USP, 1984.

BECKER, Fernando. O ato pedagógico de ensinar e a produção do conhecimento. **Cadernos do Centro de Ciências da Educação**, Florianópolis, n. 17, p. 24-30, jun. 1991.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelação Matemática como método de ensino-aprendizagem de Matemática em cursos de 1º e 2º graus**. 1990. 136 f. Dissertação (Mestrado) – Instituto de Geociência e Ciências Exatas, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1990.

BIEMBENGUT, Maria Salett. **Modelagem Matemática & Implicações no ensino-aprendizagem de Matemática**. Blumenau: FURB, 1999.

BIEMBENGUT, Maria Salett.; HEIN, Nelson. **Modelagem matemática no ensino**. São Paulo: Contexto, 2000.

BRASIL. Decreto-lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial {da} Republica Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, v. 84, n.248, 23 dez. de 1996.

BRASIL. Decreto-lei nº 2.208 de 17 de abril de 1997. Regulamenta o § 2º do art. 36, os arts. 39 a 42 da Lei Federal nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. **Diário Oficial {da} República Federativa do Brasil**, Poder Executivo, Brasília, DF, nº 74, 18 abr. de 1997.

BURAK, Dionísio. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem**. 1992. 329 f. Tese (Doutorado) - Faculdade de Educação, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

CAMARGO, João M. F. **Manual de apicultura**. São Paulo: Agronômica Ceres, 1972.

CAPRA, Fritjof. **O ponto de mutação**. São Paulo: Cultrix, 1985.

D'AMBRÓSIO, Beatriz. S. Formação de professores de matemática para o século XXI: O grande desafio. In: **Pro – Posições**, Blumenau, v.4, n. 1, p. 35-41, mar. 1993.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre educação e Matemática**. São Paulo: Summus e UNICAMP, 1986.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **EtnoMatemática - arte ou técnica de explicar e conhecer**. São Paulo: Ática, 1990.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. Matemática, ensino e educação: Uma proposta Global. **Temas e Debates**. Rio Claro, n. 3, p. 1-15, set. 1991.

DAVIS, Philip J.; HERSH, Reuben. **A experiência Matemática**. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1985.

DAVIS, Cláudia; OLIVEIRA, Zilma de Morães R. de. **Psicologia na educação**. São Paulo: Cortez, 1994.

DEMO, Pedro. **Educar pela pesquisa**. 3.ed. Campinas,SP: Autores Associados, 1998.

FAZENDA, Ivani Catarina A. **Integração e interdisciplinaridade no ensino brasileiro: efetividade ou ideologia**. São Paulo: Loyola, 1993.

FAZENDA, Ivani. et. al. **Metodologia da pesquisa educacional**. 4. ed. São Paulo: Cortez, 1997.

FERREIRA, Aurélio Buarque de H. **Dicionário brasileiro da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1985.

FERREIRA, Aurélio Buarque de H. **Pequeno dicionário brasileiro da língua portuguesa**. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 1971.

FERREIRA, E. S. **Elaboração do modelo de ensino em Etno-Matemática**. Rio Claro: UNESP, 1985, (mimeo).

FRANCHI, Regina H. de O. Lino. **A Modelagem como estratégia de aprendizagem do cálculo diferencial e integral nos cursos de engenharia**. 1993. 148 p.. Dissertação (Mestrado) – Faculdade de Educação, Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, 1993.

FREE, John Brand. **A organização social das abelhas (Apis)**. São Paulo: USP, 1980.

GAERTNER, Rosinete. **Modelação Matemática no 3º grau: uma estratégia de ensino-aprendizagem de Matemática no curso de administração de empresas**. 1994.. 113 f. Dissertação (Mestrado) Pós-Graduação em Educação - Ensino Superior na Fundação Educacional e Regional de Blubemau, 1994.

GALLACHER, J. J. **Métodos qualitativos para el estudio de la educacion**. Tradução de Constanza C. Hazelwood e Judith Viveros B. s.n.t. Tradução da obra original: GALLACHER, J.J. Qualitative methods for the study of schooling. In: FRASER, B.; TREAGUST, D., (eds) Looking into classrooms. Perth: Western Australian Institute of Tecnology, 1984.

GIARDINETTO, José Roberto Boettger. **Matemática escolar e matemática da vida cotidiana**. Campinas, SP: Autores Associados, 1999.

GRANGER, Gilles Gaston. **A Razão**. São Paulo: Difusão Européia do Livro, 1969.

HEINIG, Marcos Alexandre. **Cadeia produtiva da apicultura**. Florianópolis, 1997. 31p. Relatório de Estágio de graduação - CCA/ UFSC.

HOOK, Sidney. **Educação para o homem moderno**. Rio de Janeiro: Zahar, 1965.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de A. **Fundamentos da metodologia científica**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1994.

LIMA, Lauro de Oliveira. **Mutações em educação segundo McLuhan**. Rio de Janeiro: Vozes, 1976.

LUCK. Heloísa. **Pedagogia interdisciplinar: fundamentos teórico-metodológicos**. 5.ed. Petrópolis: Vozes, 1994.

MARCOVITCH, Jacques. **Ensino e tecnologia da informação**. Disponível em: <<http://www.eca.usp.br/educacao/ed9808-2 htm>>. Acesso em: 16 nov. 1999.

MARTINELLO, Darci. **Modelação Matemática, uma alternativa para o ensino de Matemática, no 1º grau**. 1994. 134 f.. Dissertação (Mestrado) – Mestrado em Educação – Ensino Superior na Fundação Educacional Regional de Blumenau, Blumenau, 1994.

- MORIN, Edgar. **O problema epistemológico da complexidade**. Lisboa: Europa-América, 1985.
- PECCEI, Aurélio; IKEDA, Daiasku. **Antes que seja tarde demais**. Rio de Janeiro: Record, 1984.
- PONTE, João Pedro da. A modelação no processo de aprendizagem. **Educação e Matemática**, Lisboa, n.23, p. 15-19, 1992.
- PUTTKAMMER, Eloy. **Programa catarinense de profissionalização de agricultores - curso de apicultura**. Florianópolis: EPAGRI, 1994. 139p.
- SCHANK, Roger C. & CLEARY, chip. **Engines for education**. New Jersey, USA: Lawrence Erlbaum Associates Inc. Publishers, 1995.
- SC – AGRO2000: Informações da Agricultura Catarinense. Florianópolis: Instituto CEPA/SC, 2000. 1 CD-ROM.
- SCHURÉ, Edouard. **Hermes**. São Paulo: Martins Claret, 1986.
- SILVA, Célio H. da. Apiterapia. **Informativo Zum-Zum - FAASC**, Florianópolis, n.280. p. 5 - 8, 1997.
- SILVA, Eurides Brito da. **A Educação Básica Pós-LDB**. São Paulo: Pioneira, 1998.
- STONOGA, Vania Irene. **Características de Qualidade dos Méis da Região Metropolitana de Curitiba**. Curitiba: UFPR, 1990.
- SWETZ, Frank. Quando e como podemos usar modelação? **Educação e Matemática**, Lisboa, n. 23, p. 45-48, 1992.
- TRINDADE, José Análio de Oliveira. **Os obstáculos epistemológicos e a educação matemática**. 1996. 162 f. Dissertação (Mestrado) - Centro de Ciências da Educação, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 1996.
- WIESE, Helmuth. **Nova apicultura**. 8.ed. Porto Alegre: Agropecuária, 1987.
- WIESE, Helmuth. **Novo Manual de Apicultura**. Porto Alegre: Agropecuária, 1995.
- A VOLTA ao mundo por 1Kg de mel. **Globo Rural**, São Paulo, v. 10, n. 113, p. 26-40, mar. 1995. Edição especial.
- YOUSSEF, Antonio Nicolau; FERNANDEZ, Vicente Paz. **Matemática: conceitos e fundamentos - 2ºGrau**. São Paulo: Scipione, 1995. v.1, p. 106-107.

OUTRAS BIBLIOGRAFIAS

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6023: Informação e documentação – Referências – Elaboração**. Rio de Janeiro, 2000.

AZANHA, José Mário Pires. **Uma idéia de pesquisa educacional**. São Paulo: Edusp, 1992.

BICUDO, Maria Aparecida (org.). **Pesquisa em educação matemática: concepções & perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999.

BORDENAVE, Juan Díaz; PEREIRA, Adair Martins. **Estratégias de ensino-aprendizagem**. Petrópolis: Vozes, 1999.

CAMARGO, João M. F.; STORT, Antonio Carlos. **As abelhas**. São Paulo: Edart, 1967.

CONHECIMENTO como rede: o sentido literal e o sentido metafórico. **Seminários em Revista**, Blumenau, v.1, n.2, p. 1-81, mar, 1999.

DEMO, Pedro. **Pesquisa e construção de conhecimento**. 3. ed. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1997.

DEMO, Pedro. **Pesquisa: princípio científico e educativo**. 6. ed. São Paulo: Cortez, 1999.

FILHO, João da S., Educação e informática: reflexões em torno da relação entre mercado de trabalho, qualificação e escola. **Plural**, Florianópolis, v.3, n.4, p.42-49, jan/jul.,1993.

GELPI, Ettore. Emprego, trabalho e cidadania. **Cadernos de Pesquisas**, São Paulo, n.92, p.70-90, fev. 1995.

JANTSCH, Ari Paulo; BINACHETTI, Lucídio (orgs.). **Interdisciplinaridade: para além da filosofia do sujeito**. Petrópolis: Vozes, 1995.

MANHÃES, Luiz Carlos L. **Implantando a educação básica**. Florianópolis: UFSC-CCE, 1998.

MORIN, Edgar. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. São Paulo: Cortez, 2000.

NIQUINI, Debora P. **Informática na Educação: implicações didáticas pedagógicas e construção do conhecimento**. Brasília, DF: UNB, 1996.

NOSELLA, Paolo. Aspectos teóricos da pesquisa educacional: da metafísica ao empírico, do empírico ao concreto. **Cadernos da Andes – educação e sociedade**, n. 19. São Paulo: Cortez, dez, 1984.

PERRENOUD, Philippe. **Dez novas competências para ensinar**. Tradução de Patrícia Chittoni Ramos. Porto Alegre: Artes Médicas, 2000.

POZO, Juan Ignacio. **Teorias cognitivas da aprendizagem**. Porto Alegre: Artes Médicas, 1998.

RAVET, Serge & LAYTE, Maureen. **Technology based training**. London, UK: British Library, 1997.

SALVADOR, Ângelo Domingos. **Iniciação ao ensino**. Porto Alegre: Sulina, 1971. 188 p.

SANCHO, Juana M. **Para uma tecnologia educacional**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

SAVIANI, Dermeval. **Escola e democracia**. 12. ed. São Paulo: Cortez/Autores Associados, 1986.

SILVA, Eurides Brito da. (org.). **A educação básica Pós-LDB**. São Paulo: Pioneira, 1998.

SILVA, E. L. da; MENEZES, Estera M. **Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação**. Florianópolis: Laboratório de Ensino a Distância da UFSC, 2000. 118 p.

SÍNTESE Anual da Agricultura de Santa Catarina. Florianópolis: Instituto CEPA/SC, 1993. p. 165-168. Anual.

SÍNTESE Anual da Agricultura de Santa Catarina. Florianópolis: Instituto CEPA/SC, 1994. p. 126-128. Anual.

SÍNTESE Anual da Agricultura de Santa Catarina. Florianópolis: Instituto CEPA/SC, 1995. p. 150-152. Anual.

THIEL, Afrânio Austregésilo. **O mundo que nos cerca e a matemática**. Camboriú: CAC/UFSC, 1998. P. 19 - 39

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Autores Associados, 1988.

UPINSKY, Arnaud Aaron. **A perversão matemática**. Tradução de Antonio Ribeiro de Oliveira. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1989.